Civil and Project Journal, 2025, 7(2), 11-25
https://doi.org/10.22034/cpj.2025.506175.1345

Civil and Project Journal
http://www.cpjournals.com/

Research Article

Historical Analysis of Chaos in Rainfall Models and a New Approach Using Conjugate Mapping (Case Study: Runoff Collection Network Baghbadaran)

Mehran Iranpour Mobareke[1]*, Ali Fazlizade [2]

*1**-Assistant Professor, Civil Engineering, Islamic Azad Branch of Lenjan, Esfahan, Iran
2- MSC Student, Civil Engineering, Aghigh of Shahinshahr Institute, Esfahan, Iran

Received: 12 January 2025; Revised: 24 February 2025; Accepted: 28 February 2025; Published: 21 April 2025

Abstract

Investigating *the behavior of rainfall is one of the basic issues in design, operation, and studies related to water engineering. Therefore, the application of new methods such as chaos theory in hydrology and water resources has recently been considered due to its innovation and capabilities. Since the rainfall process has a dynamic and non-linear nature, it is very important to identify the rainfall process from a chaotic point of view. For this purpose, conventional methods such as Lyapunov exponential, correlation dimension, phase space reconstruction, delay time determination, embedding dimension estimation, Fourier power spectrum, Hurst coefficient, autoregressive moving average have been used. Although these methods are developed and show good results in identifying chaotic systems, but more parameters are needed to identify chaos. In addition, the concepts of these parameters are difficult, and therefore they often have interval values, there is an error in decision-making. For these reasons, the conjugate mapping method is suggested to identify the rainfall process. To use this method, first, the average, standard deviation, and coefficient of variation are obtained from the statistical data of the 56-year rainfall period (1344-1400) of the Kilishadrokh synoptic station in the study area. Then a mapping whose process is chaotic and whose correlation dimension is higher than 4.236 is candidate. After that, the quadratic mapping is selected due to the nonlinearity of the studied system, and the coefficients of this mapping are obtained by determining the standard deviation, the coefficient of variation, and also the definition of the conjugate mapping. then by using the theory of conjugate mappings, the chaotic behavior of the process is investigated. The simple calculations and simple concepts of this method, are those the advantages of this method. Details of this method are discussed as follow.*

Keywords: *Mapping, Conjugate, Chaos, Embedding, phase, Delay Time*

Cite this article as: *Iranpour mobareke, M. and Fazlizade, A. (2025). Historical Analysis of Chaos in Rainfall Models and a New Approach Using Conjugate Mapping (Case Study: Runoff Collection Network Baghbadaran).* Civil and Project, 7*(2), -..* *https://doi.org/10.22034/cpj.2025.506175.1345*
ISSN: 2676-511X /

Corresponding author E-mail address: Me.Iranpour@iau.ac.ir*

نشریه عمران و پروژه،۱۴۰۴، ۷(۲)، ۱۱-۲۵
https://doi.org/10.22034/cpj.2025.506175.1345

نشریه عمران و پروژه
http://www.cpjournals.com/

تاریخچه آشوب در مدل بارش و رویکرد جدید نگاشت مزدوج (مطالعه موردی: شبکه جمع آوری رواناب شهر باغبادران)

مهران ایران پور مبارکه[1*]، علی فضلی زاده[2]

[*1]- استاد یار، گروه مهندسی عمران ،دانشگاه آزاد اسلامی واحد لنجان اصفهان، ایران
[2]- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی عمران مدیریت منابع آب، موسسه آموزش عالی عقیق شاهین شهر

تاریخ دریافت: ۲۳ دی ۱۴۰۳ ؛ تاریخ بازنگری: ۰۶ اسفند ۱۴۰۳ ؛ تاریخ پذیرش: ۱۰ اسفند ۱۴۰۳ ؛ تاریخ انتشار آنلاین: ۰۱ اردیبهشت ۱۴۰۴

چکیده

بررسی رفتار پدیده بارش یکی از موارد اساسی در طراحی، بهره برداری و مطالعات مربوط به مهندسی آب است. از این جهت ، به کارگیری روشهای نوین همچون نظریه آشوب در هیدرولوژی و منابع آب به دلیل نوآوری و قابلیت های آن به تازگی مورد توجه قرارگرفته اســت. از آنجا که فرایند بارش ماهیتی دینامیکی و غیرخطی دارد بنابراین شــناســایی فرایند بارش از جهت آشـــوبناکی از اهمیت بالایی برخوردار اســـت برای این منظور تاکنون از روش های متعارفی از قبیل ، نمایی لیاپانف، بعد همبستگی، بازسازی فضای فاز، تعیین زمان تاخیر ، برآورد بعد محاط ، طیف توان فوریه، ضریب هرست، میانگین متحرک-اتورگرسیو استفاده شده است. با اینکه همگی این روش ها توسعه یافته و نتایج خوبی در شناسایی آشوبناکی سیستم ها نشان می دهند اما تعداد پارامتر های مورد نیاز برای شناسایی زیاد هستند و علاوه بر این دارای مفاهیم پیچیده هستند. و بخاطر مقادیر بازه ای داده ها، محاسبات آنها همراه با خطا می باشد. به این دلایل روش نگاشت مزدوج برای شناسایی فرایند بارش پیشنهاد می گردد. برای استفاده از این روش ابتدا از داده های دوره آماری بارش ۵۶ ساله (۱۴۰۰-۱۳۴۴) ایستگاه سینوپتیک کلیشادرخ منطقه مورد مطالعه، میانگین و انحراف معیار و ضریب تغییرات بدست می آیند. سپس یک نگاشت که فرایند آن آشوبناک باشد و بعد همبستگی آن بالاتر از ۴/۲۳۶ باشد کاندید می شود . بعد از آن یک نگاشت درجه دوم بخاطر غیر خطی بودن سیستم مورد مطالعه انتخاب می شود و ضرایب این نگاشت با استفاده از انحراف معیار، ضریب تغییرات و همچنین تعریف نگاشت مزدوج بدست می آیند. و سپس با استفاده از تئوری نگاشت های مزدوج ، رفتار آشوبناکی فرایند مورد بررسی قرار می گیرد. محاسبات و مفاهیم ساده این روش که جزئیات آن در ادامه مورد بررسی قرار می گیرند از مزایای این روش می باشد.

واژگان کلیدی: *زمان تاخیر، فاز، محاط، آشوب،نگاشت مزدوج*

* **پست الکترونیک نویسنده مسئول:** Me.Iranpour@iau.ac.ir

۱- مقدمه

زندگی گروهی و توسعه شهری بصورت آرام تغییرات چرخه هیدرولوژی را در پی داشته است و با وجود کاهش میزان بارش، باعث سیلاب های شهری ناشی از آب های سطحی شده است. در حال حاضر با وضعیت کم آبی و بحران آب باید ضمن کاهش خطرات سیلاب شهری ، استفاده حداکثری از آب های سطحی را با در نظر گرفتن مسائل زیست محیطی و بهداشتی نیز مد نظر داشت. در طراحی شبکه جمع آوری و هدایت آب های سطحی، تامین کفایت و کیفیت کمی شبکه در تمام دوران طرح با اعتمادپذیری بالا مد نظر می باشد. در این میان معیار ها و محدویت هایی وجود دارد که طراح باید با در نظر گرفتن آنها و تحلیل و بررسی دوره طرح، جمعیت ، ترکیب جمعیتی، مساحت ،تحلیل بارش و نفوذ و تبخیر بعنوان پارامتر های مهم اقدام به طراحی شبکه نماید. یکی از این اقدامات برآورد دقیق میزان بارش و برآورد میزان روان آب است برای این منظور از تئوری آشوب استفاده می شود. که بر مبنای نتایج پژوهش بنیانگذار این تئوری آقای ادوارد لورنس[۱] هواشناس مطرح شد. نتایج آزمایش مدل سازی هواشناسی در محفظه همرفتی بخاطر گرد کردن اعداد بعد از سه رقم اعشار کاملا متفاوت می شد. که نشانه حساسیت سیستم به شرایط اولیه را نشان می داد. پس از آن این تئوری وارد حوزه های مختلف از قبیل اقتصاد، مدیریت، مهندسی و دیگر حوزه ها شد. در سال ۱۹۷۶ ستاره شناس فرانسوی بنام میشل هنون[۲]، مدل ساده شده برای دینامیک سیستم لورنس را تحت عنوان نگاشت هنون رقم زد و بعد از آن بعنوان تصویر دیگری از تئوری آشوب معرفی شد و در واقع رفتار سیستم های دینامیکی بدون نگاشت هنون کامل نخواهند شد .در سال ۱۹۷۵ جیمز یورک[۳] مقاله ای تحت عنوان" تناوب سوم دلالت بر آشوب است" ارائه نمود و در سال۲۰۰۳ جایزه بهترین شخص موثر و سهیم در تئوری آشوب را دریافت کرد عمده فعالیت های وی در زمینه پدیده های آب و هوا و ژنوم می باشد. همچنین در سیستم ها دینامیکی، نگاشت نعل اسبی استیون اسمیل[۴] نیز یک نگاشت آشوبناک است. الیدی[۵](۲۰۰۸). همچنین وال ریو کارابا و همکاران[۶] (۲۰۲۲) از روشی با عنوان نشانگر توابع همبستگی برای تشخیص فرایند آشوبناکی استفاده کردند و نشان دادند که مقادیر پایین این توابع نشانه ای از آشوبناکی فرایند می باشد در حوزه فرایند بارش پژوهش هایی توسط بابائیان و همکاران(۱۳۸۸) مدل گردش عمومی جو را برای دوره ۲۰۱۱-۲۰۳۹ ارزیابی کردند و نشان از کاهش ۹ درصدی بارش در دوره مذکور و افزایش میانگین دما به مقدار ۵ درجه سانتی گراد بوده است. هادی زاده و همکاران (۱۳۹۰) بارش دوره ۲۰۱۱-۲۰۲۴ را با مدل ریزمقیاس آماری لارس در ایستگاه بیرجند تحت سناریوی A1 پیش بینی کرده و منابع عدم قطعیت را در ارزیابی خروجی ها بررسی کردند. نتایج از افزایش بارش سالانه به میزان ۷/۳ میلی متر دارد. و بارش دوره بهاره نسبت به دوره پایه افزایش و بارش زمستانه نسبت به دوره بهاره کاهش پیدا می کند. سیواکومار و بونادسون[۷] (۲۰۰۰) فرایند بارش -رواناب ماهانه را در حوضه گوتا تحت آزمون آشوب قرار دادند. نتایج نشان از آن است که بارش، رواناب و ضریب رواناب دارای آشوب پذیری خوبی هستند و با ضریب همبستگی خوبی قابل پیش بینی هستند سیواکومار (۲۰۰۱) دینامیک بارش حوزه رودخانه لیف می سی سی پی را برای چهار گام زمانی مختلف با نظریه آشوب بررسی کرده و به این نتیجه رسیده که داده ها با ضریب تغییرات بالا دارای بعد همبستگی کمتری هستند و داده ها با ضریب تغییرات پایین دارای بعد همبستگی بیشتر هستند. سیواکومار(۲۰۰۵) آشوب پذیری بارش در سه ویژگی مقیاس زمانی، ضریب تغییرات و داده های صفر را بررسی کرده و نتیجه گرفته است که آشوب پذیری داده ها در مقیاس زمانی کوچک تر بهتر از مقیاس زمانی بزرگ تر

[1] N. Lorenz
[2] M.Henon
[3] A.Yorke
[4] S. Smale
[5] S.N. Elaydi
[6] Valerio et al
[7] Sivakumar et al

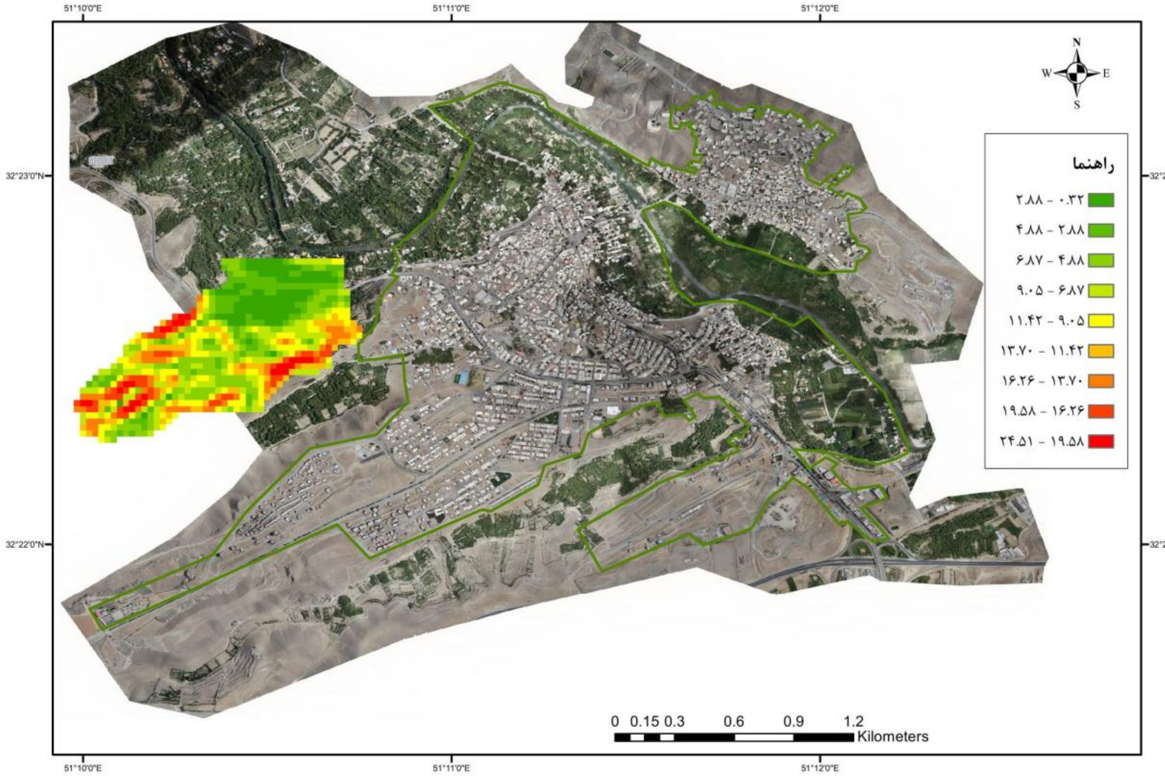
بوده و بعد همبستگی با ضریب تغییرات و ضریب همبستگی پیش بینی شده رابطه عکس دارد. و حضور تعداد زیادی داده های صفر دلیلی بر تخمین ضعیف تر نخواهد بود. کارآموز(۲۰۰۹) پیش بینی بارش طولانی مدت را با به کار بردن ریزمقیاسی آماری و شبکه عصبی مصنوعی انجام داد که نتایج نشان از کارآمد بودن مدل ریزمقیاس نسبت به شبکه عصبی می باشد. قربانی و همکاران (۲۰۱۰) سری زمانی دبی جریان رودخانه کیزلیمارک ترکیه را با نظریه آشوب مطالعه و آشوب پذیری دبی جریان رودخانه را با بعد همبستگی بررسی کردند. نتایج نشان داده است که داده های دبی جریان رودخانه از آشوب پذیری خوبی برخوردارند. فخری و همکاران (۲۰۱۱) به تحلیل عدم قطعیت داده های ریزمقیاس تولید شده با مدل لارس در ایستگاه سینوپتیکی شهرکرد پرداخته و بارش را برای ۳۰ سال آتی تولید کردند و نشان دادند این مدل قابلیت خوبی برای پیش بینی بارش در سطح اطمینان ۹۵ درصد را دارد و بارش‌های سال‌های آتی بجز ماه جولای با کاهش روبرو بوده و درکل بارش سالانه این ایستگاه ۳۷ درصد کاهش خواهد یافت. فخری و همکاران (۲۰۱۳) در مقاله ای دیگر به تحلیل و توانایی مدل های ریزمقیاسی با سناریوهای مختلف پرداخته و نشان دادند که مدل در همه سناریوها بجز A_2 تطابق خوبی را نشان می دهد و تخمین تعداد روزهای خشک و تر نشان می دهد که در شروع دوره ۳۰ ساله پیش بینی ایستگاه شهرکرد ابتدا با مدت مدیدی روزهای خشک و بلافاصله بعد از آن با دوره طولانی روزهای تر روبرو خواهد بود. با توجه به اهمیت مطالعه فرایند بارش در تحلیل و پیش بینی این پارامتر جهت طراحی، بهره برداری و پیش بینی و ارزیابی شبکه جمع آوری و هدایت آب های سطحی، شهر باغبادران اصفهان به عنوان مطالعه موردی و همچنین اهمیت تعیین آشوبناکی فرایند بارش در ادامه مقاله، ابتدا منطقه مورد مطالعه معرفی می گردد و سپس روش های تعیین و شناسایی آشوبناکی فرایند های دینامکی معرفی می‌گردند . و برای منطقه مورد مطالعه با توجه به داده های ثبت شده از ایستگاه کلیشادرخ ویژگی های بارش استخراج می شوند و در بدست آوردن نگاشت مزدوج مورد استفاده قرار می گیرند. استفاده از روش های متعارف جهت شناسایی آشوبناکی سیستم دارای پارامترهای متعددی می باشد. این پارامتر ها علاوه بر تعداد زیاد، دارای مفاهیم و روابط پیچیده می باشند که هنگاه محاسبات باعث خطا می‌شوند. به اضافه مقادیر بعضی از پارامتر ها بصورت یک بازه می باشند که در انتخاب و تصمیم گیری نیز باعث انتخاب های جهت دار می شوند این دلایل باعث شده پیشنهاد رویکرد استفاده از توابع مزدوج مطرح گردد. برای استفاده از این توابع ابتدا از داده های آماری، میانگین، انحراف معیار و ضریب تغییرات محاسبه می‌شوند. سپس یک نگاشت درجه دوم بخاطر غیر خطی بودن فرایند با ضرایب نامشخص حدس زده می شود. در مرحله بعد یک نگاشت درجه دوم برای سیستمی که آشوبناکی آن به اثبات رسیده باشد و دارای بعد همبستگی بزرگتر از ۴/۲۳۶ باشد انتخاب می‌گردد و در آخر با استفاده از تعریف نگاشت مزدوج و تئوری که در ادامه آوره شده است ضریب ثابت نگاشت سیستم مورد مطالعه بدست می آید که جزئیات این پیشنهاد ارائه می گردد.

۲- روش تحقیق

۲-۱ – منطقه مورد مطالعه

محدوده جغرافیایی شهرباغبادران بین طول جغرافیایی ۵۱ درجه ۱۱ دقیقه تا ۵۱ درجه ۱۰ دقیقه شمالی و عرض جغرافیایی ۳۲ درجه ۲۲ دقیقه تا ۳۲ درجه و ۲۱ دقیقه شرقی واقع شده است. این شهر با وسعتی معادل ۳۷۱ هکتار و طبق آمار نفوس و مسکن سرشماری سال ۱۳۹۵ جمعیتی بالغ بر ۱۰۲۷۹ نفر (۵۳۶۱ نفر مرد و ۴۹۱۸ نفر زن)داشته است .باغبادران از لحاظ موقعیت جغرافیایی در فاصله ۶۰ کیلومتری جنوب غربی شهرستان اصفهان و در نیمه غربی شهرستان لنجان در غرب بخش مرکزی قرار گرفته و از شمال به شهرستان تیران و کرون از شرق و غرب به بخش مرکزی و از غرب با استان چهار و محال و بختیاری هم مرز است. رودخانه زاینده رود در نواحی مرکزی آن قرار داشته و از غرب به شرق جریان دارد و دهستان های چم رود و زیرکوه در جنوب رودخانه و چم کوه در بخش شمالی آن قرار گرفته اند. بارش های منطقه مورد مطالعه غالباً متأثر از سیستم مدیترانه ای می باشد به این دلیل تمرکز بارندگی ها در فصول پاییز و زمستان می باشد. در فصل سرد با عقب نشینی سیستم پر فشار جنب حاره، سیستم پر فشار مدیترانه ای به جانب ایران حرکت کرده و در نتیجه اغلب بارندگی ها از

اوایل پائیز تا اواسط بهار اتفاق می افتد. این بارندگی ها شامل باران، برف و تگرگ است که بر حسب اقلیم مختلف، باران و برف قسمت عمده آن را تشکیل می دهد. با این وجود در برخی مواقع با تشکیل ابرهای کومولوس موضعی رگبارهایی در اواخر بهار و اوایل تابستان در منطقه حادث می گردد. شکل۱ موقعیت شهر باغبادران را نشان می‌دهد.



شکل۱- نقشه رقومی باغبادران. (نگارندگان، ۱۴۰۳)

خلاصه داده های آماری بارش برای مدیریت بر عملکرد سطح رواناب ها و هدایت در جدول ۱ ارائه شده است. با توجه به اطلاعات ایستگاه تمرکز شدت باران در فصل زمستان می باشد و لذا میانگین ماهانه زمستان جهت بررسی انتخاب شده است. این داده ها بر اطلاعات ایستگاه سینوپتیک کلیشادرخ وابسته به وزارت نیرو می باشد.

جدول ۱- سری داده های آماری بارش بر گرفته از ایستگاه کلیشادرخ در دوره ۵۶ ساله(۱۴۰۰-۱۳۴۴). (نگارندگان، ۱۴۰۳)

نوع داده	تعداد داده	واحد بر حسب میلی متر				ضریب تغییرات
		میانگین	انحراف معیار	حداکثر	حداقل	
سالانه	۵۶	۳۱۴/۲۴	۸۹/۲۷	۵۸۹/۳	۱۲۴/۵	۰/۲۸۴
فصل زمستان	۲۲۴	۱۵۳/۵	۱۱/۳۶	۱۶۱/۶۴	۱۴۶/۵۲	۰/۰۷۴
ماه زمستان	۶۷۲	۵۱/۲	۳/۷۸	۵۳/۸۸	۴۸/۸۴	۰/۰۷۳

۲-۲- مدل آشوبناکی

تا قبل از تئوری آشوب دانشمندان جهان را مجموعه ای از سیستم هایی تصور می‌کردند که مطابق با قوانین جبری طبیعت به طریقی مشخص و قابل پیش بینی درحرکت است. از این رو معتقد بودند علت و معلول دارای رابطه خطی هستند. اکنون

آنها بر نقش خلاقانه بی نظمی و آشوب تاکید دارند و جهان را مجموعه ای از سیستم هایی می دانند که به شیوه ای دورانی عمل می کنند که درآن بی نظمی منجر به نظم و نظم منجر به بی نظمی می شود و یک انتخاب نامناسب می‌تواند تغییرات بزرگی را نتیجه دهد. این خاصیت سیستم آشوبناکی را اثر پروانه ای یا حساسیت به شرایط اولیه می گویند. در تئوری آشوب نوعی شباهت بینی اجزا و کل وجود دارد بدین ترتیب که هر جزئی از الگو همانند و مشابه کل می باشد. به این ویژگی خاصیت خود مانایی گفته می شود خاصیت دیگر سیستم آشوبناک سازگاری است سیستمهای بی نظم در ارتباط با محیط شان مانند موجودات زنده عمل می کنند و نوعی تطابق و سازگاری پویا بین خود و محیط پیرامون شان ایجاد می‌کنند. برای روشن شدن موضوع آشوب و در واقع نظم در بی نظمی باید جاذب های آن مورد بررسی قرار گیرند. جاذب ها همان الگو های پنهانی هستند که برای سیستم های غیر خطی که همواره به ظاهر پیامدهای غیرقابل پیش‌بینی به همراه دارند را آشکار می کنند جاذب ها ساختارهای عمیق سیستم های آشوبناکی هستند. یک جاذب در واقع یک شکل ذاتی از رفتار سیستم است که پدیده مورد نظر، همواره در مراحل تکاملی خود، به آن گرایش دارند، احمدی(۲۰۱۹). جاذب ها در سیستم های غیر آشوبناک نیز وجود دارند ولی به اشکال متفاوتی بروز می کنند مثال ساده وقتی که پاندول از حالت عمودی و ایستا خارج شود و در یک زاویه حاده خاص رها شود پاندول پس از چندین بار حرکت رفت و برگشتی در نهایت دوباره به حالت عمودی و سکون خود باز می‌گردد. حالت عمودی برای پاندول نقش جاذب نقطه ای را بازی می کند. نوع دیگر از جاذب تکرار تناوبی نمودارهای سینوسی وکسینوسی هستند که می توان به صورت الگویی در نظر گرفت که پیامدهای بعدی و تغییرات متغیرهای را پیش‌بینی می کنند. این محدوده تغییرات را جاذب های استاتیک می نامند. نوع دیگر جاذب که حالت نقطه ای و یا دوره ای ندارند و با اینکه شکل و فرم مشخصی دارند، اما هیچگاه در موقعیت های متفاوت عینا تکرار نمی شوند. جاذب های عجیب و غریب نامیده می‌شوند. جاذب عجیب ادوارد لورنتس از این نوع جاذب ها است. نمودار این جاذب ها بسیار شبیه یک پروانه است. این نمودار پروانه ای در واقع همان جاذب سیستم آشوبناک است. و بخاطر اینکه شکل و تغییرات در این جاذب ها بسیار غیر معمول است به آن لقب جاذب های عجیب دادند. کارت رایت(۲۰۰۷). از آنجا که سیستم های آشوبناک به دلیل اینکه عوامل اثر گذار روی آن به شدت تحت تاثیر شرایط اولیه می باشند و از طرفی نیز مدل ریاضی مناسب آنها نیز در دسترس نیست تحلیل ها بر مبنای مشاهدات و داده گذشته سیستم توسط سری زمانی انجام می شود. در تحلیل های غیر خطی باید در ابتدا آشوبناکی سیستم مورد مطالعه تعیین گردد رویکرد های متفاوتی برای این منظور توسعه داده شده است که هر کدام نقاط قوت و نقاط ضعفی دارند در ادامه این روش ها معرفی می گردند.

۲-۲-۱- نمایی لیاپانف

از این روش بیشتر برای وابستگی و حساسیت فرایند به شرایط اولیه استفاده می شود. این روش در واقع اختلاف دو مقدار نگاشت را در دو بازه مکانی مختلف نشان می دهد. از آنجا که خطا یا از بین رفتن اطلاعات در سیستم هایی که به شرایط اولیه حساس هستند بصورت نمایی افزایش می یافت لیاپانف با تقریب زدن و استفاده از تعریف، این معیار را بصورت کمی فرمول بندی نمود. در صورتیکه نمایی لیاپانف مثبت باشد حساسیت به شرایط اولیه وجود دارد . این مقدار از روابط (۱) یا (۲) بدست می آید.

$$\lambda(x_0) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{n=0}^{n-1} ln\left| f'\left(x(k)\right)\right| \tag{۱}$$

برای محاسبه نمایی لیاپانف در رابطه (۱) کافی است از نگاشت $f\left(x(k)\right)$ مشتق گرفته شود و سپس با کمی محاسبه مقدار $\lambda(x_0)$ بدست می آید

$$\lambda\left(x_0\right)=\frac{1}{t_M-t_0}\sum_{k=1}^{M}log\frac{L^{'}\left(t_k\right)}{L\left(t_{k-1}\right)} \qquad (۲)$$

در رابطه (۲) بزرگترین نمایی لیاپانف بدست می آید و زمان شروع و پایان سری زمانی در فضای فاز وارد می شود عبارت داخل لگاریتم ضریب کشیدگی است گام ها از یک تا بعد محاط انجام می گردد و برای این منظور نیاز به بازسازی فضای فاز برای بدست آوردن بعد محاط می‌باشد. و در صورت نبود بعد محاط معین می توان از میانگین انجام شده در چند بعد محاط مختلف استفاده نمود. جانی و همکاران(۲۰۱۵).

۲-۲-۲- بعد همبستگی

بعد های متنوعی از قبیل بعد توپولوژیکی، بعد هاسدورف، بعد اطلاعات و بعد همبستگی وجود دارند که برای تشخیص فرایند تصادفی و آشوبی از بعد همبستگی استفاده می گردد. برای تخمین بعد همبستگی نیز روش های متفاوتی وجود دارد یکی از روش ها الگوریتم گراسبرگر پروکاکسیا است. در این روش تابع همبستگی بصورت رابطه (۳) تعریف می شود. در این رابطه H تابع هوی ساید ، r شعاع کره به مرکز X_i یا X_j و N تعداد نقاط فضا می باشند برای شعاع کوچک رابطه (۳) را می توان بصورت رابطه (۴) نوشت .پری زنگنه و همکاران(۱۹۸۸)

$$C\left(r\right)=\lim_{x\to\infty}\frac{2}{N\left(N-1\right)}\sum_{i,j=1}^{N}H\left(r-\left|X_i-X_j\right|\right) \qquad (۳)$$

$$C\left(r\right)\propto r^{\upsilon} \qquad (۴)$$

بعد همبستگی υ از رابطه (۵) بدست می آید که اگر مقدار این بعد غیر صحیح باشد فرایند آشوبناک می باشد. پانا و همکاران(۲۰۰۷)

$$\upsilon=\lim_{x\to 0}\frac{ln\left(c\left(r\right)\right)}{ln\, r} \qquad (۵)$$

۲-۲-۳- بازسازی فضای فاز

بعد از ارائه مقاله تاکنز (۱۹۸۱) بازسازی فضای حالت سیستم دینامیکی معین مطرح شد این تئوری برای سیستم های غیر خطی معین و بدون نویز مطرح شد و برای بازسازی فضای فاز دو پارامتر بعد محاط و تاخیر زمانی معرفی شد ولی نحوه بدست آوردن این پارامتر ها مشخص نشد. با این حال مهمترین بخش استفاده از سری زمانی در تعیین تصادفی بودن یا آشوبی بودن یک فرایند بازسازی فضای فاز می باشد چون بعد از بازسازی در شناسایی سیستم از آن استفاده می شود. منظور از بازسازی فضای فاز این موضوع است که بخاطر نداشتن معادلات دیفرانسیل حاکم بر دینامیک سیستم می باشد که باعث می شود که فضای حالت نیز مشخص نباشد و اطلاعات موجود و قابل مشاهده محدود از سیستم در دسترس باشد و از آنجا که سیستم غیر خطی است پس حداقل دو پارامتر برای شناسایی آن مورد نیاز است که تئوری تاکنز این دو پارامتر را معرفی کرده است. برای این منظور بجای بردار حالت از بردار تاخیر زمانی استفاده می شود حال دو سوال مطرح می شود که اولا تعداد مولفه های بردار تاخیر زمانی چقدر باشد که مقدار آن همان پارامتر بعد محاط نامیده می شود و ثانیا فاصله زمانی این مولفه ها چقدر باشد که مقدار آن همان پارامتر زمان تاخیر می باشد. که نحوه محاسبه آنها در ادامه آورده می شوند.

۲-۲-۴- محاسبه زمان تاخیر

با توجه به توضیحات ارائه شده بردار تاخیر زمان با بعد محاط m مفروض به صورت زیر تعریف می شود.

$$Y_i\left(t\right)=\left[y\left(t\right),y\left(t-\tau\right),...,y\left(t-\left(m-1\right)\tau\right)\right]^T \qquad (۶)$$

در رابطه (۶) ، m بعد محاط اســت و τ تاخیر زمانی می باشــد نکته قابل تامل این اســت که زمان های تاخیر زیاد و خیلی کوچک مناسـب نیســتند هر چند از لحاظ روابط ریاضــی محدودیتی برای تاخیر زمانی وجود ندارد ولی برای زمان های بزرگ باعث پیچیدگی دینامیک سیستم می شوند و زمان های کوچک باعث افزونگی سیستم می‌گردد. برای بد ست آوردن زمان بهینه از روش میانگین متقابل در رابطه (۷) استفاده می شود. پری زنگنه و همکاران(۱۳۸۸)

$$I\left(\tau\right)=\sum_{y\left(t\right),y\left(t+\tau\right)}p\left(y\left(t\right),y\left(t,\tau\right)\right)log_2\left[\frac{P\left(y\left(t\right),y\left(t+\tau\right)\right)}{P\left(y\left(t\right)P\left(y\left(t+\tau\right)\right)\right)}\right] \qquad (۷)$$

۲-۲-۵ - محاسبه بعد محاط

روش منا سب تعیین بعد محاط بهینه سری های زمانی آ شوبی، روش شمارش نزدیکترین هم‌سایگی کاذب ا ست. در این روش، می‌توان r امین همسایگی بردارهای تأخیر را مطابق رابطه (۸) در فضای محاط تشکیل داد و سپس فاصله اقلیدسی از رابطه (۹) بد ست آورد در رابطه (۱۰) فا صله اقلید سی در بعد m+1 محا سبه می شود و رابطه(۱۱) معیاری برای هم‌سایگی کاذب ارائه می دهد و چنانچه این مقدار از محدوده آستانه(۱۰-۱۵) درصد فراتر رود همسایگی مورد نظر کاذب می باشد. پری زنگنه و همکاران (۲۰۱۴).

$$Y_r^{NN}\left(t\right)=\left[y\left(t_r\right),y\left(t_r-\tau\right),...,y\left(t_r-\left(m-1\right)\tau\right)\right]^T \qquad (۸)$$
$$r=1,...,5$$

$$R_m{}^2=\sum_{i=0}^{m-1}\left[y\left(t-i\tau\right)-y\left(t_r-i\tau\right)\right]^2 \qquad (۹)$$

$$R_{m+1}{}^2=R^2+\sum_{i=0}^{m-1}\left[y\left(t-m\tau\right)-y\left(t_r-m\tau\right)\right]^2 \qquad (۱۰)$$

$$\sqrt{\frac{R^m{}_{m+1-R_m}{}^2}{R_m{}^2}}=\frac{\left|y\left(t-i\tau\right)-y\left(t_r-i\tau\right)\right|}{R_m} \qquad (۱۱)$$

۲-۲-۶- ضریب هرست[8]

ضریب هر ست یک مفهوم ترکیبی از بعد فرکتال و نمایی هر ست در مدل رگر سیونی ا ست که در خصوص پایداری یا ناپایداری بحث می کند ایده ارتباط بین انحراف معیار نمونه استاندارد با دامنه تغییرات آماری اولین بار توسط هرست مطرح شد. هرست یک رابطه ساده بین دامنه تغیرات آماری با اختلاف انحراف معیار نمونه تجمعی ماکسیم و مینیمم را بصورت زیر پیشـــنهاد کرد. در روابط زیر S_M انحراف معیار نمونه، R_M دامنه تغییرات آماری و M $(1 \leq M \leq N)$ پنجره زمانی در نظر گرفته شده اند. پانا و همکاران (۲۰۰۷)

---

[8] Hurst Coefficient

$$\frac{R_M}{S_M}=\left(\frac{M}{2}\right)^h \rightarrow h=\frac{log\frac{R_M}{S_M}}{log\frac{M}{2}} \tag{۱۲}$$

$$S_M = M^{\frac{-1}{2}}\left\{\sum_{i=1}^{M}\left(X_i-\bar{X}_M\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}} \tag{۱۳}$$

$$R_M = \underset{1\le k\le M}{Max}\sum_{i=1}^{K}\left(X_i-\bar{X}_M\right)-\underset{1\le k\le M}{Min}\sum_{i=1}^{K}\left(X_i-\bar{X}_M\right) \tag{۱۴}$$

تشخیص فرایند آشوبناکی از تصادفی توسط روابط هرست به این صورت است که اگر ضریب هرست صفر باشد فرایند تصادفی و در غیر این صورت فرایند آشوبناکی می باشد.

۲-۲-۷- طیف توان فوریه

معیار طیف توان فوریه بصورت رابطه (۱۵) تعریف می شود مطابق این معیار برای فرکانس هایی که حالتی میخی شکل داشته باشند فرایند را تناوبی در نظر می گیرند و برای فرکانس‌های صفرکه پهنای وسعتری نیز دارند فرایند آشوبناک تعریف می شود.کرمی و همکاران(۲۰۱۸)

$$F(\omega)=\frac{1}{N^2}\left|\sum_{i=0}^{N-1}x(t)\left(exp\left(-i\left(2\pi/N\right)t\omega\right)\right)\right| \tag{۱۵}$$

۲-۲-۸- میانگین متحرک اتو رگرسیون

این مدل بیشتر برای فرایند های تصادفی و ایستا یعنی میانگین و انحراف معیار ثابت بکار می رود و شامل دو بخش اتو رگرسیون برای پیش بینی آینده با استفاده از داده های گذشته سری زمانی بصورت خطی کاربرد دارد و بخش بعدی یعنی بخش میانگین متحرک از خطا های گذشته سری زمانی برای اصلاح و پیش بینی مقادیر آینده استفاده می‌کند.

در رابطه (۱۶) ، p و q به ترتیب مرتبه اتورگرسیون و میانگین متحرک می باشد. جایاواردنا و همکاران[9](۱۹۹۷)

$$\begin{aligned}AMRA(p,q): X(t)=a_0+a_1X(t-1)+...a_pX(t-p)+\\ Z(t)+\theta_1Z(t-1)+...\theta_qZ(t-q)\end{aligned} \tag{۱۶}$$

۲-۳- رویکرد نگاشت مزدوج

با توجه به مشخصات منطقه مورد مطالعه، میانگین، انحراف معیار و ضریب تغییرات بارش سالانه، فصلی زمستان و ماهانه از فصل زمستان آن در جدول شماره ۱ بدست آمده اند این داده ها بر اساس اطلاعات ایستگاه سینوپتیک کلیشادرخ وابسته به وزارت نیرو استخراج شده است و از آنها برای بررسی شناسایی فرایند آشوب استفاده می‌شوند. در ادامه نگاشت مزدوج پیشنهادی بررسی می شود. برای این منظور ابتدا نیاز است که تعاریف تابع یک به یک و پوشا و نگاشت مزدوج، نگاشت مورفیسم و سپس تئوری مرتبط با این نگاشت آورده شوند الیدی (۲۰۰۸).

تعریف تابع یک به یک

$$\begin{cases}f: X\rightarrow Y\\ \forall x_1,x_2\in X \therefore f(x_1)=f(x_1)\Rightarrow x_1=x_2\end{cases} \tag{۱۷}$$

تعریف تابع پوشا

[9] Jayawardena et al

$$\begin{cases} f: X \to Y \\ \forall y \in Y; \exists x \in X \therefore f(x) = y \end{cases} \tag{۱۸}$$

تعریف نگاشت هومورفیسم:

اگر تابع h یک به یک و پوشا باشد و خود تابع و وارون تابع h پیوسته باشند در آن صورت تابع هومورفیسم می باشد.

تعریف تابع مزدوج

$$\begin{cases} \begin{cases} f: A \to A \\ g: B \to B \end{cases} \xrightarrow{\text{مزدوج}} f \approx g, \text{if} \quad ; h: A \to B, \text{homeomorphism} \\ \therefore hof = goh \end{cases} \tag{۱۹}$$

تئوری : اگر دو نگاشت f و g از طریق نگاشت h مزدوج باشند و اگر f آشوبناک باشد در آن صورت g نیز آشوبناک است و بر عکس.

$$\begin{cases} f: A \to A \quad h-\text{conjugate} \quad \text{to} \, g: B \to B \\ f \, \text{chaotic if} \, g \, \text{chaotic} \end{cases} \tag{۲۰}$$

با توجه به تعاریف روابط ۱۷ تا ۲۰ ، برای مطالعه منطقه مورد نظر، ابتدا مدل بارش با یک معادله درجه دوم بخاطر غیر خطی بودن سیستم در نظر گرفته می شود. ضرایب معادله درجه دوم را به ترتیب ، انحراف معیار برای a و عکس ضریب تغییرات برای b با استفاده داده های بدست آمده از ایستگاه کلیشادرخ مطابق جدول ۱ انتخاب می گردد. و سپس ضریب ثابت این معادله درجه دوم یعنی c با توجه به تعریف هومورفیسم بدست می آید و با استفاده از تئوری ارائه شده در رابطه ۲۰ ، محاسبات انجام می گردد. سپس از بعد همبستگی داده های آماری فرآیندی که آشوبناکی آن اثبات شده باشد و بعد همبستگی آن بیشتر از ۴/۲۳۶ با شد کاندید می شود در این مقاله از بعد همبستگی ۸/۹ بعنوان بازه لجستیک آشوبناکی استفاده می شود این بعد همبستگی توسط یزدانی، محمد رضا و همکاران با استفاده از متد های متعارف برای سیستم دینامیکی غیر خطی بدست آمده است یزدانی و همکاران(۲۰۲۲). با این داده ها محاسبات نگاشت لجستیک و نگاشت هومورفسیم h(x) بصورت زیر انجام می شوند.

$$\begin{cases} f(x) = \mu x(1-x) \\ \mu \geq 4.236 \to \mu = 8.9 \end{cases} \to f(x) = 8.9x(1-x) \tag{۲۱}$$

$$\begin{cases} h(x) = -\dfrac{\mu}{a}x + \dfrac{\mu - b}{2a} \\ a = 3.78 \\ b = \dfrac{1}{0.073} = 13.7 \\ \mu = 8.9 \end{cases} \to h(x) = -2.35x - 7.07 \tag{۲۲}$$

با توجه به تعریف رابطه (۱۹) و انجام محاسبات برای نگاشت، ضرایب ثابت نیز بصورت رابطه زیر بدست می آید.

$$\begin{cases} hof(x) = goh(x) \\ g(x) = ax^2 + bx + c \\ a = 3.78 \\ b == 13.7 \\ \mu = 8.9 \end{cases} \to c = 6.6 \to g(x) = 3.78x^2 + 13.7x + 6.6 \tag{۲۳}$$

فرایند شناسایی آشوبناکی با روش پیشنهادی بطور خلاصه در گام های زیر انجام می شود.

۱) برای فرایند هیدرولوژیکی مورد نظر میانگین، انحراف معیار و ضریب تغییرات بدست می آید.

۲) سیستم دینامیکی غیر خطی هیدرولوژیکی که فرایند آشوبناکی آن به روش های موجود اثبات شده باشد و بعد همبستگی آن بیشتر ۴/۲۳۶ باشد انتخاب می گردد این شرط بخاطر این است که نگاشت لجستیک در این بازه آشوبناک باشد.

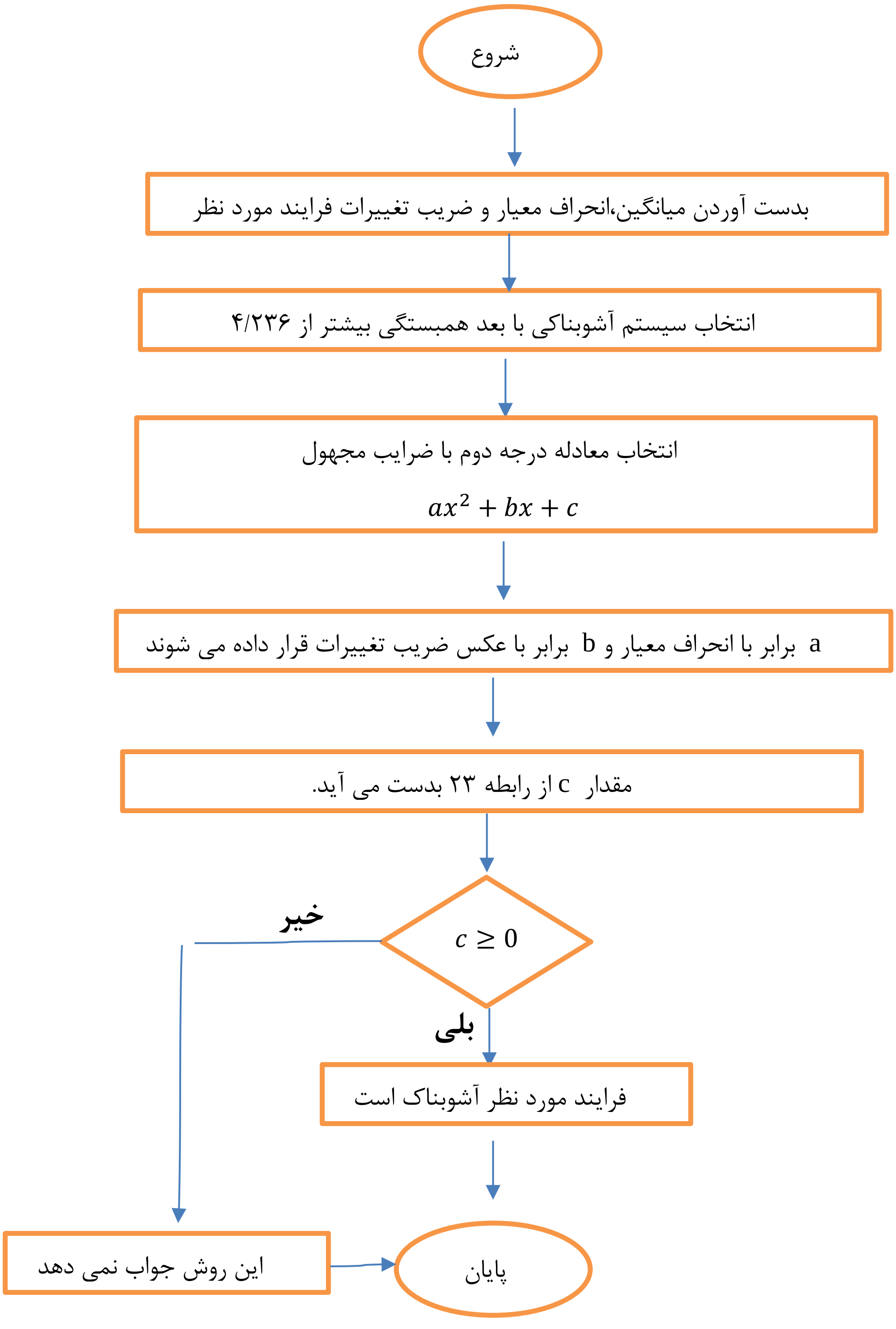
۳) بخاطر اینکه قرار است آشوبناکی سیستم مورد بررسی شود پس یک معادله درجه دوم انتخاب می گردد که ضرایب با استفاده از جدول ۱ و مطابق رابطه ۲۲ انتخاب می گردند

۴) نگاشت هومومورفسیم بر مبنای داده های در رابطه ۲۲ بدست می آید.

۵) از رابطه ۱۹ ضریب ثابت معادله مزدوج سیستم مورد نظر محاسبه که رابطه ۲۳ را نتیجه می دهد.

۶) با توجه به تئوری ۲۰ ، نگاشت فرایند مورد مطالعه بدست می آید.

خلاصه توضیحات فوق جهت شناسایی آشوبناکی فرایند ها با رویکرد جدید با استفاده از نگاشت های مزدوج در شکل شماره ۲ آورده شده است.



شکل۲- فلوچارت رویکرد نگاشت مزدوج برای تعیین آشوبناکی فرایند ها. (نگارندگان، ۱۴۰۳)

۳- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در مباحث هیدرولوژیکی یکی از پارامتر های مهم فرایند بارش می باشد که تحلیل دینامیک آن پیچیده می‌باشد برای این منظور از تئوری آشوب استفاده می گردد. گام اول برای استفاده از تئوری آشوب شناسایی آشوبناک بودن فرایند می باشد تا با شناسایی آن پیش بینی پذیری سیستم مشخص گردد برای تشخیص آشوبناکی روش هایی ایجاد و توسعه داده شده اند اما استفاده از آنها نیازمند استفاده از روابط مختلف و مراحل مختلف با پارامتر های زیاد می باشد. لذا در این تحقیق مبانی نگاشت مزدوج به عنوان یک رویکرد جدید ریاضی جهت شناسایی آشوبناکی سیستم معرفی و پیشنهاد شد. که مزایای آن بصورت زیر بیان می گردد.

۱) محاسبات این رویکرد ساده تر و کوتاه تر است.
۲) پارامتر های مورد استفاده ساده و قابل درک و فارغ از تئوری پیچیده روش های موجود می باشند.
۳) داده های مورد نیاز برای سیستم مورد مطالعه مستقیم بدست می آیند.
۴) روش مجرد ریاضی است و بنابراین محدودیتی برای استفاده در سایر پدیده ها ندارد.

روش پیشنهادی با داشتن مزایا دارای ایرادات زیر نیز می باشد.

۱) سیستم آشوبناکی موجود که انتخاب می گردد باید بعد همبستگی بیشتر از ۴/۲۳۶ داشته باشد
۲) مقدار بدست آمده برای ضریب ثابت نگاشت مزدوج ، دارای محدودیت ریاضی نمی باشد ولی در معیار ارائه شده مثبت در نظر گرفته می‌شود.
۳) هنوز در سیستم های دیگر آزمایش نشده است.
۴) پژوهش جدید بر مبنای تئوری ساده ریاضی موجود در کتاب الیدی (۲۰۰۸) استفاده شده است و در این خصوص مقاله و پژوهشی موجود نبوده است.

با توجه به نقاط قوت و ضعف رویکرد ارائه شده لذا پیشنهاد می‌گردد پژوهشگران و علاقه مندان محترم در این حوزه نقاط ضعف را در صورت امکان مرتفع و بهبود نمایند. برای این منظور ضرورت دارد موارد زیر مد نظر قرار گیرند.

۱) سیستم هایی که آشوبناکی بودن آنها با دارا بودن شرایط رویکرد جدید، مورد آزمایش قرار گیرند .
۲) تئوری مورد استفاده قرار گرفته ، مورد بررسی جهت توسعه ، مورد بیشتر قرار گیرد.
۳) در رویکرد جدید بیشتر بعد ریاضی آن مورد بررسی قرار گرفته است لذا کاربرد آن در موضوعات کاربردی نیازمند بررسی تخصصی و تلاش های بیشتری می باشد تا باعث عمومیت بخشیدن آن شود.

منابع

Adab, F., Karami, H., Mousavi, S.F., & Farzin, S. (2018). Analysis of Karun River flow at three scales: daily, monthly, and seasonal with chaos theory indices. Researches of the natural geography, 50(3), 443-457. [Persian]

Ahmadi, M.J. (2019). Chaos of theory. Khwaja Nasiruddin Tusi University. [Persian]

Anise Hosseini, M., & Moshfegh, M.Z. (2012). Application of chaos theory in the analysis of precipitation-runoff Presses. 7th National Congress of Civil Engineering, Shahid Nikbakht Faculty of Engineering Zahedan, Iran. [Persian]

Cartwright, T.J. (2007). Planning and chaos theory. Journal of the American Planning Association, 57(1), 44-56.

Elaydi, S. N. (2008). *Discrete chaos with applications in science and engineering*. Chapman & Hall/CRC.Taylor &Francis Group.

Elshorbagy, A., Simonovic, S. P., & Panu, U. S. Noise reduction in chaotic hydrologic time series: facts and doubts. Journal of Hydrology, 256(4), 147-165.

Fakhry, M., Farzaneh, M. R., Eslamian, S., & Hosseinipour E. Z. (2011) Uncertainly analysis of downscaled precipitation using lars-wg statistical model in shahrekord station, Iran. World Environmental and Water Resources Congress, 4572-4578. [Persian]

Fakhry, M., Farzaneh, M. R., Eslamian S., & Khordadi, M. (2013). Confidence interval assessment to estimate dry and wet spells under climate change in shahrekord station, Iran. Journal of Hydrology, 18(7), 911-918. [Persian]

Hashemi, M. Z. (2011). Comparsion of SDSM and Lars wg for simulation and downscaling of extreme precipitation events in a watershed. Journal of Stochastic Environmental Research and Risk Assessment, 25(4), 475-483. [Persian]

Hegger, R., Kantz, H., & Schreiber. (1999). Practical implementation of nonlinear time series methods. The TISEAN package Chaos, 9(4), 413-435.

Iranpour, M.M. et al, (2024). Studies, modeling and design of the surface runoff collection and disposal system of Baghbadaran city. (vol.1). [Persian]

Jani, R., Ghorbani, M. A., & Shamsaei, A. (2015). Analyzing the monthly rainfall of Bandar Anzali using chaos theory in climate change conditions. Iranian Water Research Journal, 9(1), 29-39. [Persian]

Jayawardena, A.W., & Lai, F. (1997). Analysis and prediction of chaos in rainfall and stream flow time series. Journal of Hydrology, 153(9), 23– 52.

Karamouz, M. (2009). Long lead rainfall prediction using statistical downscaling and artificial neural network modeling. Civil Engineering Journal, 16, 165-172. [Persian]

Lorenz, E. N. (1993). Deterministic non-periodic flow. Journal of Atmospheric Science, 20(3) 130-141.

Min, S. (2011). Dynamic characteristics of monthly rainfall in the Korean peninsula under climate change. Journal of Stoch Environ Research and Risk Assessment, 25(6), 613-625.

Panu, U.S., Ng, W.W., & Lennox, W.C. (2007). Chaos based Analytical techniques for daily extreme hydrological observations. Journal of Hydrology, 342(14), 17– 41.

Parizanganeh, M., Ataei, M., & Moallem, P. (2010). Phase Space Reconstruction of Chaotic Time Series Using an Intelligent Method. Journal of Transactions of Electrical Technology, 1(3), 3-10. [Persian]

Sivakumar, B., & Bernadtsson, R. (2000). Dynamics of monthly rainfall-runoff process at the Gota basin. Journal of Hydrology and Earth System Sciences, 4(3), 407-417.

Sivakumar, B. (2001). Rainfall dynamics at different temporal scales. Hydrology and Earth System Sciences,5(4), 641-651.

Sivakumar B. (2005). Chaos in rainfall, variability, temporal scale and zeros. Journal of Hydroinformatices,7(3), 175-184.

Valerio, C., Safwan, A., Rita, C., Mariela, H., & William, B. (2022). Chaos identification through the autocorrelation function indicator(*ACFI*). http://doi:10.1017/S1743921321001307

Yazdani, M., Hoshmanzadeh, F., &Mousavi, S.F. (2022). Investigation of chaos and phase space reconstruction of evaporation dynamics using chaos theory. Journal of Water and Soil Science, 26(1), 117-129. [Persian]