



Civil and Project Journal
<http://www.cpjournals.com/>

Modeling and analysis of immediate settlement of shallow foundations based on the evolutionary polynomial regression (EPR) algorithm

Mehdi Mohammadrezaei¹, Farhad Pirmohammadi Alishah^{2*}

1- Department of Civil Engineering, Shab.C., Islamic Azad University, Shabestar, Iran.

2*- Department of Civil Engineering, Shab.C., Islamic Azad University, Shabestar, Iran.

Received: 31 October 2025; Revised: 25 November 2025 Accepted: 03 December 2025; Published: 20 February 2026

Abstract

This research aims to develop a practical mathematical model for estimating the Equivalent Elastic Modulus (E_{eq}) of multi-layered soils beneath shallow foundations, overcoming the limitations of traditional experimental methods in characterizing complex soil properties. This study employs an innovative approach that combines the results of 3D Finite Element Method (FEM) modeling with the data-mining capabilities of the Evolutionary Polynomial Regression (EPR) algorithm. The research methodology is based on running 3D FEM simulations under various geometric and parametric soil conditions to generate a precise training dataset. The EPR algorithm was subsequently used to identify structured and simple relationships between the input variables and the E_{eq} value extracted from the FEM results. Key findings revealed that three primary factors significantly influence the equivalent modulus: the ratio of the first layer thickness to the footing width (h_1/B), the ratio of the second layer thickness to the footing width (h_2/B), and the elastic moduli (EEE) of the soil layers. Utilizing these non-dimensional parameters enabled the elimination of the footing width variable and the simplification of the final model. The results demonstrate that the developed EPR model can estimate E_{eq} with suitable accuracy for conditions corresponding to a 2.5 cm settlement at the footing center. Validation against independent data proved the high generalizability of the derived relationship. The final conclusion is that the EPR model, by transforming complex numerical computations into a simple and practical mathematical relationship, can serve as an effective tool for geotechnical engineers to reduce routine calculations associated with shallow foundations, especially in scenarios requiring accurate estimation of multi-layered soil properties.

Keywords: Immediate Settlement, Equivalent Elastic Modulus, Evolutionary Polynomial Regression (EPR), 3D Finite Element Method (FEM), Multi-layered Soil, Data Mining.

Cite this article as Pirmohammadi Alishah, F and Mohammadrezaei, M. (2026). Modeling and analysis of immediate settlement of shallow foundations based on the evolutionary polynomial regression (EPR) algorithm. (e235391). Civil and Project, 7(12), e235391 doi: <https://doi.org/10.22034/cpj.2025.563216.1417>
ISSN: 2676-511X / Copyright: © 2026 by the authors.

Open Access: This article is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License, which permits use, sharing, adaptation, distribution and reproduction in any medium or format, as long as you give appropriate credit to the original author(s) and the source, provide a link to the Creative Commons licence, and indicate if changes were made. The images or other third party material in this article are included in the article's Creative Commons licence, unless indicated otherwise in a credit line to the material. If material is not included in the article's Creative Commons licence and your intended use is not permitted by statutory regulation or exceeds the permitted use, you will need to obtain permission directly from the copyright holder. To view a copy of this licence, visit <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

Journal's Note: CPJ remains neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.

*Corresponding author E-mail address: Petrofarhad@iaui.ir



نشریه عمران و پروژه
<http://www.cpjournals.com/>

مدل سازی و تحلیل نشست آنی پی های سطحی مبتنی بر الگوریتم رگرسیون تکاملی (EPR)

مهدی محمدرضایی^۱، فرهاد پیرمحمدی علিশاه^{۲*}

۱- گروه عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد شبستر، شبستر، ایران

۲* - گروه عمران، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد شبستر، شبستر، ایران

تاریخ دریافت: ۰۹ آبان ۱۴۰۴؛ تاریخ بازنگری: ۰۴ آذر ۱۴۰۴؛ تاریخ پذیرش: ۱۲ آذر ۱۴۰۴؛ تاریخ انتشار آنلاین: ۰۱ اسفند ۱۴۰۴

چکیده

این پژوهش به منظور غلبه بر نارسایی های موجود در تخمین خصوصیات پیچیده خاک زیر پی ها از طریق آزمایشات سنتی، به توسعه یک مدل ریاضی کاربردی برای تخمین مدول الاستیسیته معادل (E_{eq}) خاک های چندلایه زیر پی های سطحی می پردازد. این تحقیق از یک رویکرد نوآورانه بهره می برد که در آن نتایج حاصل از مدل سازی سه بعدی اجزاء محدود (FEM) با قدرت مدل سازی داده کاوی الگوریتم رگرسیون چندجمله ای تکاملی (EPR) ترکیب شده است. روش تحقیق بر پایه اجرای مدل سازی های FEM سه بعدی برای شرایط مختلف هندسی و پارامتریک خاک، به منظور تولید مجموعه داده های آموزشی دقیق استوار است. سپس از الگوریتم EPR برای شناسایی روابط ساختاریافته و ساده بین متغیرهای ورودی و مقدار (E_{eq}) استخراج شده از FEM استفاده شد. یافته های اصلی نشان داد که سه عامل اصلی بر مدول معادل تأثیرگذارند: نسبت ضخامت لایه اول به عرض پی (h_1/B)، نسبت ضخامت لایه دوم به عرض پی (h_2/B) و مدول های الاستیسیته لایه های خاک. با استفاده از این پارامترهای غیربعدي، امکان حذف متغیر عرض پی و ساده سازی مدل نهایی فراهم شد. نتایج نشان داد که مدل EPR تولید شده، با دقتی مناسب، توانایی تخمین (E_{eq}) را برای شرایط نشست ۲٫۵ سانتی متر در مرکز پی دارد. اعتبارسنجی مدل با داده های مستقل، قابلیت تعمیم پذیری بالای رابطه تولید شده را اثبات نمود. نتیجه گیری نهایی این است که مدل EPR، با تبدیل محاسبات پیچیده عددی به یک رابطه ریاضی ساده و کاربردی، می تواند ابزاری مؤثر برای مهندسان ژئوتکنیک در کاهش محاسبات روتین مربوط به پی های سطحی باشد، به ویژه در شرایطی که نیاز به تخمین دقیق خواص خاک چندلایه وجود دارد.

کلمات کلیدی: نشست آنی، مدول الاستیسیته معادل، رگرسیون چندجمله ای تکاملی (EPR)، اجزاء محدود سه بعدی (3D-FEM)، خاک چندلایه، داده کاوی.

*پست الکترونیک نویسنده مسئول: Petrofarhad@iaui.ir

۱- مقدمه

محاسبات عددی اجزای محدود در زمینه های ژئوتکنیکی معمولاً توسط نرم افزارهایی که قابلیت مدل سازی اندرکنش خاک و سازه را دارا باشند صورت می گیرد. نرم افزارهایی از قبیل FLAC, ABAQUS, MIDAS, PLAXIS و ... از نرم افزارهای قدرتمند و شناخته شده در این زمینه می باشند. با اینحال یادگیری و استفاده از این نرم افزارها مستلزم صرف زمان، هزینه و تمرکز و تخصص بالا بوده و اکثریت جامعه مهندسين و بسیاری از طراحان فاقد دانش لازم در این زمینه می باشند. از طرف دیگر فقدان یک رابطه ریاضی ساده و کاربردی در تکمیل روابط موجود محاسبه نشست آبی پی ها در جهت منظور نمودن لایه بندی پیچیده زمین احساس می شود. لذا معرفی روشی که قابلیت محاسبه نشست پی را بدون نیاز به استفاده از این نرم افزارها داشته باشد و در عین حال در نتیجه محاسبات انجام یافته توسط این نرم افزارها تولید شده باشد ارزشمند خواهد بود.

در تحقیقات قبلی، بدین شکل از ترکیب دو ابزار توانمند مدل سازی برای معادل سازی شرایط پیچیده خاک زیر پی بهره گرفته نشده است. لذا یکی از نوآوری های این پژوهش استفاده همزمان از ابزار مدل سازی اجزای محدود سه بعدی و ابزار داده کاوی رگرسیون تکاملی در جهت تخمین مدول الاستیسیته معادل خاک زیر پی می باشد. با توجه به اینکه الگوریتم تکاملی ژنتیک و زیرشاخه های آن در سالهای اخیر قابلیت های چشمگیری در زمینه استنتاج رابطه بین پارامترها و مدل سازی ریاضی به نمایش گذاشته است، لذا انتظار میرود در این تحقیق نیز امکان استنباط رابطه ریاضی مناسب برای تخمین مدول الاستیسیته معادل لایه های خاک زیر پی فراهم گردد. با رشد و توسعه فن آوریهای نوین، حوزه علم مهندسی ژئوتکنیک نیز از این پیشرفت ها بی بهره نبوده و در زمینه محاسبات پیچیده اندرکنش خاک و سازه از این پیشرفته ها به نحو مطلوبی بهره مند گردیده است. در این زمینه، روش مدل سازی المان محدود^۱ یا اجزای محدود به عنوان ابزاری تحول آفرین ظاهر شد که امکان شبیه سازی دقیق تر و جزئی تر این تعاملات را تحت محیط مجازی محاسباتی رایانه ای فراهم کرد. مطالعات و تحقیقات انجام یافته در این زمینه و مقایسه نتایج آنها با شرایط واقعی، دقت این روش مدل سازی را به اثبات رسانده است. الگوریتم FEM مسئله را به عناصر مجزا تقسیم می کند و امکان نمایش دقیق تغییرات خواص خاک و اندرکنش آن با پی و اعمال شرایط مرزی واقعی را فراهم می آورد. این روش توانایی ما را برای مطالعه دقیقتر اندرکنش خاک و سازه در شرایط پیچیده زمین و پیش بینی رفتار نشست با دقت بیشتر به طور چشمگیری بهبود بخشیده است. علیرغم کارایی مناسب روش FEM، دستیابی به نتایج مناسب توسط این روش، منوط به مدل سازی دقیق شرایط زمین و درستی انتخاب مدل رفتاری خاک و تنظیم درست پارامترهای مربوط به آن می باشد. لذا پیش نیازهای مربوط به این روش در زمینه نیاز به دانش مربوط به مدل سازی و حساسیت به ایجاد تنظیمات صحیح، دشواریهایی را در بکارگیری از این روشها به دنبال دارد. به منظور جبران محدودیت های مربوط به روش FEM میتوان از روشهای نوین داده کاوی مبتنی بر هوش محاسباتی رایانه ای بهره برد. این روش ها به علت قابلیت های بالا در زمینه تشخیص الگوهای پیچیده و به ویژه رفتار پیچیده مصالح ژئوتکنیکی و اندرکنش خاک- سازه و برتری اثبات شده قابلیت پیش بینی آنها در مقایسه با روشهای مرسوم، به مرور زمان و مخصوصاً در سالهای اخیر به کاربرد و محبوبیت آنها افزوده شده است. الگوریتم عمومی روش های مبتنی بر هوش مصنوعی محاسباتی که به روشهای محاسبات نرم نیز معروف هستند، در حوزه تحلیل مسائل مهندسی، شامل آموزش کد نرم افزاری توسط داده های ورودی و خروجی معرفی شده به آنها است که در نتیجه فرآیند جستجوی الگوی بین ورودی ها و خروجی ها، ارتباط بین داده ها بدست می آید؛ به عبارت دیگر روشهای مذکور به روشهای داده کاوی موسوم هستند که برای تعیین ساختار حاکم بر یک پدیده یا سیستم صرفاً بر پایگاه داده متکی بوده و از هرگونه فرضیات اولیه در مورد رفتار فیزیکی سیستم بی نیاز می باشند. این روش در تضاد با اکثر روشهای سنتی تشریح مدلهای رفتاری است که مبتنی بر قوانین فیزیکی بوده و اصول اولیه ای را برای استنتاج روابط مربوط به سیستم بکار می گیرند. این مورد، یکی از مزایای اصلی این روشها در مقایسه با سایر روشهای سنتی مدل سازی می باشد.

روشهای محاسباتی نرم، در حال رشد و توسعه می‌باشد. در حال حاضر به عنوان مثالهایی از این روشها می‌توان از شبکه های عصبی مصنوعی^۲ (ANN)، الگوریتم و برنامه ریزی ژنتیک^۳ (GA, GP)، ماشین های بردار پشتیبانی^۴ (SVM)، جنگل تصادفی (RM)، درختان تصمیم (DT) و زیر مجموعه های آنها نام برد. در بین این روشها ANN تا کنون پرکاربردترین روش AI در مهندسی ژئوتکنیک بوده است. در سالهای اخیر، GP، GA و روشهای مبتنی بر الگوریتم آنها به کرات در حوزه مهندسی ژئوتکنیک مورد استفاده قرار گرفته و موفقیت آن اثبات شده است (Shahin, 2015). علیرغم موفقیت بسیاری از این روشها، محدودیت های در بکارگیری آنها وجود دارد. نتایجی که طیف گسترده‌ای از این روشها تولید می‌کند قابلیت کاربرد بسیار محدودی داشته و فاقد شفافیت نحوه تاثیر متغیرها بر یکدیگر می‌باشد. روشهای مبتنی بر الگوریتم ژنتیک و برنامه ریزی ژنتیک و به ویژه روش EPR^۵ که ترکیبی از رگرسیون چند جمله‌ای و الگوریتم ژنتیک می‌باشد با ارائه مدل‌های با ساختار ریاضی و سمبلیک بر این مسئله فائق آمده است. الگوریتم EPR به جهت امکان تولید روابط ساده و کاربردی بین متغیرها و همچنین سرعت بالای آن در همگرایی مدلسازی و رسیدن به جواب، یکی از روش‌های داده کاوی مناسب و ممتاز در زمینه محاسبات نرم می‌باشد. در این تحقیق به منظور افزایش دقت مدلسازی و محاسبات از روش اجزای محدود سه بعدی بهره گرفته می‌شود. هدف اصلی تحقیق همانطور که ذکر شد، تعیین رابطه ریاضی کاربردی برای تخمین مدول الاستیسیته خاک زیر پی برای شرایط لایه بندی پیچیده و در نتیجه افزایش اطمینان و دقت محاسبات نشست آبی پی سطحی برای چنین شرایطی می‌باشد. از اهداف دیگر تحقیق، بررسی چگونگی تاثیر ضخامت لایه های خاک، عرض پی و مدول الاستیسیته لایه ها بر روی مدول الاستیسیته معادل خاک زیر پی می‌باشد.

۲- پیشینه تحقیق

به عنوان یکی از کارهای اولیه مربوط به تجزیه و تحلیل پی های کم عمق روی خاک لایه‌ای میتوان به تحقیقات Burmister (۱۹۴۵) اشاره نمود. تئوری کلی تنش‌ها و جابجایی‌ها در یک سیستم خاکی دو لایه توسعه داده شد و ارزیابی عددی معادله نشست سطحی در قالب منحنی‌های تاثیر ارائه شد که می‌تواند مستقیماً برای تحلیل مسائل عملی مورد استفاده قرار گیرد. فرض بر این بود که دو لایه خاک به طور کامل در تماس بوده و مقاومت برشی بین آنها کاملاً فعال می‌باشد که موجب اطمینان از تداوم کامل تنش و جابجایی در سطح مشترک بین لایه ها خواهد بود. توسط این محقق، این تحقیق در رابطه با سطح لایه های خاک بدون اصطکاک گسترش یافت و متعاقباً، این نظریه برای مورد سیستم خاک سه لایه با تداوم کامل در سطح مشترک بین لایه‌های خاک گسترش یافت. معادله نشست در سطح زمین استخراج شد که کاربرد مستقیمی برای مسائل مهندسی فونداسیون و فرودگاه پیدا می‌کند. Davis و Poulos (۱۹۷۲) با استفاده از تئوری انتشار ساده تحکیم، مجموعه ای از راه حل ها را برای مقدار نشست پی های دایره‌ای و نواری بر روی یک لایه خاک ارائه کردند. بررسی تئوری برای مطالعه تاثیر ناهمسانگردی خاک و یک لایه شنی روی لایه رس انجام شد. بر این اساس، راه حل ها با توجه به این عوامل تصحیح شد و می‌تواند در مورد سیستم خاک لایه ای اعمال شود. Davies و Banerjee (۱۹۷۸) با ادغام راه حل های سری نامتناهی به دست آمده با تکنیک تبدیل انتگرال، جابجایی‌ها را در هر دو لایه یک نیمه فضای الاستیک دو لایه به دست آوردند. بارهای افقی و عمودی در سطح مشترک لایه ها اعمال شد. راه حل با اطمینان از ارزیابی دقیق و کارآمد جابجایی ها به سرعت همگرا شد. Gazetas (۱۹۸۰) یک روش تحلیلی- عددی برای تجزیه و تحلیل استاتیکی و دینامیکی پی های نواری بر روی محیط همسانگرد الاستیک متشکل از لایه های ناهمگن ارائه کرد. پروفیل خاک شامل لایه های افقی با تغییر دلخواه سرعت موج S با عمق است. نتیجه‌گیری شد که برای عوامل فرکانس پایین، جابجایی‌ها یا چرخش‌های محیطی همگن و ناهمگن تقریباً در سطح متوسط یکسان است.

Booker و Rowe (۱۹۸۴) تکنیکی را برای تحلیل خاک لایه‌ای ایجاد کردند. این رویکرد تحلیلی شامل وارونگی عددی تبدیل فوریه بود. تاثیر ضخامت لایه و خواص الاستیک بر تغییر شکل‌های عمودی و جانبی در زیر بارگذاری دایره‌ای مورد بررسی قرار

^۲ Artificial Neural Networks
^۳ Genetic Algorithms, Genetic Programming
^۴ Support Vector Machines
^۵ Evolutionary Polynomial Regression

گرفت. Small و Booker (۱۹۸۴) یک ماده الاستیک با لایه بندی افقی را با استفاده از یک ماتریس انعطاف پذیری لایه محدود دقیق تجزیه و تحلیل کردند. این روش برای غلبه بر مشکلی که می تواند به دلیل رفتار تراکم ناپذیر در شرایط زهکشی نشده ایجاد شود مفید است. Chow (۱۹۸۷) یک روش عددی را برای تجزیه و تحلیل تغییر شکل عمودی پی های صاف و صلب با شکل دلخواه بر روی محیط خاک همگن و لایه ای توصیف کرد. برای یک محیط خاک لایه ای، ضرایب انعطاف پذیری از تحلیل المان محدود متقارن محوری که اساساً دو بعدی است تعیین شد. راه حل های پارامتری برای پاسخ شالوده های مستطیلی بر روی برخی از پروفیل های خاک معمولی ارائه شد. استفاده از یک روش ساده برای تخمین نشست پی های مستطیلی بر روی یک محیط خاک لایه ای با راه حل های روی هم برای لایه های همگن و الاستیک نیز مورد بحث قرار گرفت.

یک رویکرد مبتنی بر معادله انتگرال مرزی توسط Jommi و Novati (۱۹۸۹) برای پی زبر و صلب که بر روی خاک لایه ای قرار دارد با در نظر گرفتن فرض کرنش صفحه دو بعدی توصیف شد. دامنه نامتناهی مرز جانبی با معرفی یک عنصر مرزی نامحدود مدل سازی شد. روش حل سختی متوالی برای ارزیابی پاسخ اتخاذ شد. نتایج به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی با تجزیه و تحلیل المان محدود استاندارد و المان مرزی با مرز محدود مقایسه شد. صرفه جویی قابل توجهی در تلاش های محاسباتی بدون کاهش دقت با معرفی عناصر بی نهایت در مقایسه با مرزهای جانبی مشاهده شد. پاسخ واقعی تر و دقیق تر ممکن است با ادغام عناصر مرزی بی نهایت در حوزه های خاکی تک لایه و چند لایه به دست آید. اعظم و همکاران (۱۹۹۱) از آنالیز المان محدود ۲ بعدی کرنش صفحه برای بررسی رفتار پی های نواری روی یک خاک همگن و خاک دو لایه استفاده کرد. اثر فضای خالی پیوسته با در نظر گرفتن هر دو حوزه خاک، با و بدون فضای خالی مورد بررسی قرار گرفت. هنگامی که عمق سنگ بستر برابر یا بیشتر از شش برابر عرض پی بود، تأثیر سنگ بستر بر پاسخ پی ناچیز بود. در یک خاک دو لایه، ضخامت لایه رویی و نسبت مقاومت دو لایه به عنوان پارامترهای مهم کنترل کننده پاسخ پی معرفی شد. درجه تأثیر فضای خالی بر پاسخ پایه به محل فضای خالی، عمق به سنگ بستر، نسبت ضخامت لایه و نسبت استحکام لایه بستگی دارد. Dente و Conte (۱۹۹۳) یک روش عددی را برای پیش بینی رفتار خاکهای لایه ای برای شرایط کرنش صفحه با استفاده از روش سختی پیشنهاد کردند. برای بررسی اثر گنجانیدن یک لایه نرم / سفت در لایه های همگن خاک بر رفتار پی های نواری استفاده شد. نتایج با نتایج به دست آمده از ادبیات قبلی که از روش های عددی دیگر برای دامنه خاک چندلایه تحت شدت یکنواخت استفاده می کردند، مقایسه شد و مشخص شد که مطابقت نزدیکی دارند. این روش نتایج دقیقی را با تلاش محاسباتی کمتر ارائه می دهد، از این رو می توان به جای روش های عددی دیگر مانند روش اجزای محدود (FEM) و BEM استفاده کرد. مطالعه پارامتریک نشان داد که گنجانیدن یک لایه نرم / سفت در لایه های همگن خاک، تغییر شکل های پی را تغییر می دهد که وقتی لایه نرم و نزدیک به سطح بود، تغییر شکل بیشتر بود. مطالعه ای با استفاده از FEM قطعی همراه با شبیه سازی مونت کارلو توسط نور و همکاران انجام شد (۲۰۰۲). برای پیش بینی نشست و نشست دیفرانسیل یک جفت پی در خاک ناهمگن، که مدول الاستیک و نسبت پواسون به عنوان متغیرهای تصادفی در نظر گرفته شدند. با افزایش تغییرات مدول الاستیک، نشست و نشست غیریکنواخت افزایش یافت. با این حال، مشخص شد که نشست با افزایش متغیر نسبت پواسون کاهش می یابد و نشست غیریکنواخت تحت تأثیر متغیر بودن این پارامتر قرار نگرفت. تأثیر معنی دار نسبت طول لایه ها هم بر روی آمار نشست و هم بر آمار نشست غیریکنواخت مشاهده شد. Shvets و همکاران (۲۰۰۳) راه حلی را برای تعیین تنش ها در یک بستر پی ارائه کرد که با یک و نیم فضای تغییر شکل خطی نشان داده شد و برای پی هایی با سطوح پایین دایره ای یا مربعی که فراتر از محدوده های ناحیه بارگذاری شده گسترش می یابد، در نظر گرفته شده است. برای بررسی تشکیل قیف نشست، آزمایش ها بر روی خاک های چسبنده و غیر چسبنده بسترهای همگن و لایه ای انجام شد. قیف های نشست محاسبه شده مطابق با روش پیشنهادی به اندازه کافی نزدیک به مقادیر تجربی برای انواع بسترهای چند لایه آزمایش شده بودند. Kuo (۲۰۰۴) با استفاده از ترکیب مدلسازی المان محدود سه بعدی و روش احتمالی شبیه سازی مونت کارلو تأثیر لایه بندی خاک زیر پی را بر روی نشست آنی بررسی نمود. خاک مورد بررسی به صورت دو لایه با ضخامت و مدول الاستیسته متغیر و ضریب پواسون ثابت بوده است. عمق کلی مجموع لایه ها برابر با ۳۰ متر و عرض پی برابر با ۲ و ۴ متر انتخاب شده است. نتایج مدلسازی و شبیه سازی نشان می دهد لایه های سطحی تأثیر بیشتری بر روی تغییرات نشست پی داشته است.

Thome و همکاران (۲۰۰۵) روشی را برای ارزیابی پاسخ پی کم عمق بر روی خاک لایه ای که از خاک سماتنه بر روی خاک سست تشکیل شده بود، پیشنهاد کرد. مجموعه‌ای از آزمایش‌های بارگذاری صفحه صحرایی و شبیه‌سازی اجزای محدود انجام شد. نتایج بدست آمده منجر به یک روش طراحی نیمه تجربی برای پی‌های کم عمق بر روی بسترهای خاکی دو لایه شد.

Madhav و Maheshvari (۲۰۰۶) روشی را برای تجزیه و تحلیل پی‌های نواری روی محیط‌های سه لایه خاک با استفاده از تئوری کشسانی پیشنهاد کردند. پاسخ پایه با حل معادلات دیفرانسیل حاکم به همراه شرایط مرزی و پیوستگی مناسب با استفاده از روش تفاضل محدود به دست آمد. مطالعه پارامتریک نشان داد که یک لایه نازک و بسیار سفت در بین دو لایه نرم تر به عنوان یک صفحه عمل می‌کند و به توزیع مجدد تنش‌ها در لایه پایینی خاک کمک می‌کند. علاوه بر این، نشست پی با حضور چنین لایه‌ای که بین دو لایه نرم‌تر خاک قرار گرفته است به طور قابل توجهی کاهش می‌یابد. Viladkar و Maheshvari (۲۰۰۷) مطالعه پارامتری بیشتری را برای مشاهده تأثیر ضخامت‌های نسبی و مدول‌های الاستیک نسبی لایه‌های خاک بر پاسخ سیستم خاک - پی گسترش دادند. تأثیرات مشاهده شده برای تمام محدوده ممکن از پارامترهای فیزیکی مربوط به مطالعه، کمی سازی شد. Dhar و Tarefder (۲۰۱۱) یک روش ساده شده جدید را برای پیش بینی توزیع مجدد تنش در سیستم‌های دو لایه با مدول خاک کاهشی در عمق توسعه دادند. مفهوم "عمق معادل" و راه حل بوسینسک برای محاسبه تنش‌ها برای یک محیط دو لایه با استفاده از یک محاسبه صفحه گسترده تحت بارهای نوار ترکیب شد. در این روش، کرنش‌های عمودی در لایه‌های میانی با استفاده از روابط تشکیل‌دهنده الاستیک خاک، که در اعماق لایه برای تعیین نشست لایه‌ها ادغام شدند، تعیین شدند. مشاهده شد که تحلیل بوسینسک سنتی با استفاده از خواص کشسانی لایه‌های خاک، نشست پی را بیش از حد برآورد می‌کند که با افزایش سختی لایه و ضخامت لایه بالایی افزایش می‌یابد. Jeong و Lee (۲۰۱۸) مدلسازی عددی المان محدود را برای پی رینگی برای تغییرات پارامترهای خاک و پی انجام دادند. متغیرهای خاک، شامل مدول الاستیسته، ضریب پواسون و عمق خاک تا رسیدن به لایه سنگی یا صلب بوده و متغیر پی شامل قطر داخلی و خارجی آن بوده است. فرض شده که مدول الاستیسته به صورت خطی در عمق افزایش می‌یابد. نتایج بدست آمده از مدلسازی تطابق مناسبی با روابط موجود نشست پی نشان داده‌اند. این نتایج در قالب نمودارهایی برای استفاده‌های بعدی ارائه شده است.

به عنوان یکی از اولین فعالیتها در زمینه تخمین نشست آنی پی سطحی توسط تکنیکهای هوش مصنوعی، میتوان به پژوهش Sivakugan و همکاران (۱۹۹۸) اشاره نمود. داده‌های مربوط به ۷۹ مورد نشست اندازه گیری شده پی سطحی به همراه خصوصیات خاک و پی در هر یک از آنها جمع آوری شد و نشست پی توسط روش شبکه عصبی مصنوعی ANN مدلسازی گردید. پارامترهای ورودی مدلسازی شامل ۵ متغیر، بار وارده، عدد میانگین SPT، عرض پی، شکل پی و عمق مدفون پی بوده است. نتایج پیش بینی مدل بدست آمده از ANN با نتایج روشهای مرسوم شامل روش ترزاقی و پک و روش اشمرتمن مقایسه شد و نتیجه شد که روشهای مذکور، نشست بیشتری در حدود ۲ تا ۳ برابر مقدار واقعی بدست میدهند. Arnold (۱۹۹۹) تحقیق Sivakugan را توسعه داد و با جمع آوری داده‌های بیشتری مدلسازی به روش ANN را تکرار نمود و به نتایج با دقت مناسبی دست یافت. پس از آن Shahin و همکاران (۲۰۰۲) در پژوهشی، تعداد ۱۸۹ مورد داده مربوط به نشست اندازه گیری شده پی سطحی و نتایج آزمایش نفوذ استاندارد SPT جمع آوری نمودند. روش ANN برای مدلسازی نشست پی سطحی با استفاده از داده‌های واقعی نشست آنی پی سطحی بکار گرفته شد. متغیرهای ورودی مدلسازی شامل ۵ پارامتر عرض پی (متر)، نسبت طول به عرض پی، نسبت عمق مدفون پی به عرض پی، میانگین عدد SPT در عمق تأثیر تنش زیر پی و بار وارده از پی (kPa) بوده است. پارامتر خروجی مدلسازی نیز نشست پی (میلیمتر) و مطابق رابطه (۱) می‌باشد. مدل تولید شده دقت مناسبی در تخمین نشست پی نسبت به داده‌های واقعی نشان داده است.

$$S_p = 0.6 + \left[\frac{120.4}{1 + e^{(0.312 - 0.725 \tanh x_1 + 2.984 \tanh x_2)}} \right] \quad (1)$$

$$x_1 = 0.1 + 10^{-3} [3.8B + 0.7q + 4.1N - 1.8(L/B) + 19(D_f/B)]$$

$$x_2 = 10^{-3} [0.7 - 41B - 1.6q + 75N - 52(L/B) + 740(D_f/B)]$$

در پژوهش دیگری Shahin و همکاران (۲۰۰۳)، این بار از روش عصبی فازی (neurofuzzy) برای مدل‌سازی نشست آنی پی با داده‌های قبلی و با متغیرهای مشابه بهره‌گرفتند که نتایج بدست آمده موفقیت آمیز بوده است. در امتداد تحقیق Shahin، پژوهش دیگری به روش مدل‌سازی با استفاده از برنامه ریزی ژنتیک GP جهت تخمین نشست آنی پی سطحی توسط Rezania (۲۰۰۷) انجام شد. داده‌های مدل‌سازی شامل ۱۷۳ مورد نتایج جمع‌آوری شده از نشست پی و نتایج آزمایش SPT بوده است. پارامترهای متغیر ورودی در این تحقیق شامل ۵ پارامتر عرض پی، طول پی، عمق مدفون پی، میانگین عدد SPT و بار وارده از پی (kPa) بوده است. متغیر خروجی مدل‌سازی نیز مطابق رابطه زیر، نشست آنی پی سطحی می‌باشد. مدل تولید شده به این روش نیز دقت مناسبی در تخمین نشست آنی پی در مقایسه با داده‌های واقعی نشان داده است. مدل GP با تعدادی از روشهای مرسوم محاسبه نشست پی و مدل Shahin مقایسه شد که دقت بالاتری نسبت به این روشها داشته است. در رابطه (۲) ابعاد و عمق پی بر حسب متر و نشست بر حسب میلی‌متر می‌باشد.

$$S_c = \frac{q(1.80B + 4.62) - 346.15D_f}{N^2} + L^* \quad (2)$$

$$L^* = \frac{11.22L - 11.11}{L}$$

در پژوهش دیگری، Samui (۲۰۰۸) با استفاده از داده‌های فوق‌الذکر و روش مدل‌سازی ماشین بردار پشتیبان SVM، نشست آنی پی سطحی را مدل‌سازی نمود که روش بکار رفته در پیش‌بینی نتایج واقعی نشست پی، موفقیت آمیز بوده است. Erzini و Gul (۲۰۱۴) روشهای محاسبه نشست آنی پی با آزمایش نفوذ استاندارد را توسط روش شبکه عصبی مصنوعی مدل‌سازی نمودند. ۵ روش متداول محاسبه نشست آنی پی، مدل‌سازی گردید که مدل‌های تولید شده دقت بالایی در مقایسه با روشهای اصلی داشته‌اند. Das و Mohanty (۲۰۱۸) از داده‌های Shahin (۲۰۰۲) استفاده نموده و مدل‌سازی نشست آنی پی را به یک روش ترکیبی شامل ترکیب روش الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی غیر غالب (NSGA II) و روش شبکه عصبی مصنوعی انجام دادند. متغیرهای ورودی مدل‌سازی شامل ۶ مورد عدد SPT، عمق مدفون پی، نسبت طول به عرض پی، نسبت عرض پی به عدد SPT، نسبت عمق مدفون پی به عرض پی و بار وارده از پی بوده است. مدل تولید شده، دقت بالایی نسبت به روش Shahin و سایر روشهای توسعه یافته بر مبنای داده‌های روش Shahin نشان داده است. Sasmal (۲۰۲۱) نشست آنی پی نواری تحت بارگذاری ترکیبی استاتیک و سیکلیک را توسط روش ANN مدل‌سازی نمود. پایگاه داده توسط مدل‌سازی در نرم افزار اجزای محدود Opensees تولید شد. متغیرهای منظور شده شامل عرض و عمق مدفون پی و مشخصات بارهای وارده بوده است. نتایج بدست آمده از مدل‌سازی روش ANN با نتایج مدل‌سازی اجزای محدود با PLAXIS 3D در حالت استاتیک مقایسه شد که دقت مناسبی نشان داده است.

۳- روش تحقیق

این تحقیق به مدل‌سازی نشست آنی و الاستیک پی‌های سطحی تحت شرایط پیچیده لایه‌بندی خاک می‌پردازد. ابتدا، با استفاده از روش اجزای محدود (FEM) در نرم‌افزار PLAXIS 3D، نشست پی در شرایط لایه‌بندی پیچیده و یکنواخت خاک مدل‌سازی و نتایج مقایسه شد. این مقایسات امکان استخراج مدول الاستیسیته معادل برای لایه‌بندی پیچیده، از طریق درون‌یابی ساده برای یک نشست معین، را فراهم آورد. برای کاهش زمان محاسبات، عرض پی به صورت ضربی از ضخامت لایه‌ها در

مدل سازی در نظر گرفته شد که صحت این فرض با روش FEM تأیید گردید. در مرحله بعد، با تکیه بر مدل های رفتاری الاستیک خاک، پایگاه داده ای جامع از نتایج مدل سازی های اجزای محدود برای شرایط مختلف لایه بندی و معادل سازی مدول الاستیسیته تولید شد. سپس، از ابزار داده کاوی رگرسیون چند جمله ای تکاملی (EPR) برای استخراج رابطه ای دقیق بین تغییرات ضخامت و مدول الاستیسیته لایه ها و مدول الاستیسیته معادل خاک استفاده گردید. قابلیت تعمیم پذیری مدل نهایی با استفاده از داده های اعتبارسنجی (صحت سنجی) که در فرآیند آموزش وارد نشده بودند، مورد آزمون قرار گرفت تا کارایی مدل EPR برای پیش بینی نشست در شرایط جدید ژئوتکنیکی اثبات شود.

۴- رگرسیون چند جمله ای تکاملی (EPR)

در سالهای ۱۹۹۹ و ۲۰۰۰، Davidson و همکارانش روش رگرسیون جدیدی به نام رگرسیون سمبولیک قاعده ای^۷ (R-BSR) برای ساخت مدل های چند جمله ای بر اساس هر دو روش رگرسیون عددی و سمبولیک، معرفی کردند. این روش پیوندی از دو روش برنامه نویسی ژنتیک و رگرسیون سمبولیک محدود به عملگرهای جمع، تفریق و توان صحیح مثبت بود. ابتدا شکل اولیه مدلها توسط GP بدست می آید و این مدلها توسط برنامه ای شامل ۵۶ دستور بطور جبری به صورت عبارت سمت راست رابطه (۳) تبدیل می شود:

$$y = \sum_{j=1}^m a_j \cdot z_j + a_0 \quad (3)$$

در این رابطه:

y تخمین مقدار هدف توسط حداقل مربعات

a_j پارامتری قابل تنظیم برای جمله j ام

a_0 یک پیشقدر انتخابی

m تعداد جملات یا پارامترها در عبارت می باشد

z_j متغیری است تغییر شکل یافته و تابعی از متغیرهای مستقل یا ورودیها ($x_1, x_2, \dots, x_k$) که در j امین داده، ارزیابی شده است.

k تعداد متغیرهای ورودی می باشد.

پس از آن، مقادیر بهینه برای ثابت های قابل تنظیم a_j توسط روش حداقل مربعات محاسبه می شود.

بر پایه ایده ارائه شده توسط Davidson، روش EPR در سال ۲۰۰۴ توسط Giustolisi و همکارانش معرفی شد و در سالهای بعد توسعه یافت (Giustolisi et al, 2004-2007). مشابه روش R-BSR، روش EPR نیز یک تکنیک دو مرحله ای برای ساخت مدل های سمبولیک شامل تعیین ساختار و تخمین پارامتر می باشد. تفاوت اصلی دو روش در نحوه جستجو و تعیین ساختار اولیه می باشد. در روش EPR بر جای استفاده از GP درختی بکار رفته در R-BSR، از یک الگوریتم ژنتیک ساده استفاده می شود. در EPR ابتدا جستجو برای ساختارهای سمبولیک توسط GA انجام شده و سپس مقادیر ثابت با حل نمودن یک مسئله خطی حداقل مربعات (LS) بدست می آید. در اینجا خلاصه ای از تکنیک EPR از مراجع (Giustolisi et al, 2004-2007) ذکر می شود. در مرحله اول، از شکل تبدیل یافته معادله (۴) به صورت برداری استفاده می شود:

$$(۴) \quad Y_{N \times 1}(\theta, Z) = \begin{bmatrix} I_{N \times 1} & Z_{N \times M}^j \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_m \end{bmatrix}^T = Z_{N \times d} \times \theta_{d \times 1}^T$$

در این رابطه:

$Y_{N \times 1}(\theta, Z)$ برابر است با بردار تخمین N مقدار هدف به روش حداقل مربعات؛

$\theta_{1 \times d}$ برابر با بردار $d = m + 1$ پارامتر شامل a_j ($j = 1:m$) و a_0 است؛

$Z_{N \times d}$ ماتریسی متشکل از ستونی شامل مقادیر ۱ برای پیشقدر a_0 و m بردار از متغیرهای Z^j که برای یک j ثابت،

ضربیی از بردارهای متغیرهای ورودی $X = \langle X_1 X_2 \dots X_k \rangle$ می باشد. ماتریس ورودیها X به صورت رابطه (۵) خواهد بود:

$$(۵) \quad X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & \dots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & \dots & x_{2k} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & \dots & x_{3k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{N1} & x_{N2} & x_{N3} & \dots & x_{Nk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & X_3 & \dots & X_k \end{bmatrix}$$

که در آن، k امین ستون از X ها نشان دهنده متغیرهای نامزد j امین جمله از معادله ۲-۳ می باشد. بنابراین j امین جمله از معادله ۲-۳ میتواند به صورت ذیل نوشته شود:

$$Z_{N \times 1}^j = \left[(X_1)^{ES(j,1)} \cdot (X_2)^{ES(j,2)} \cdot (X_3)^{ES(j,3)} \cdot \dots \cdot (X_k)^{ES(j,k)} \right] \quad \forall j = 1 \dots m$$

در این معادله Z^j برابر j امین ستون بردار است که المانهای آن حاصلضرب ورودی های نامزد شده و ES ماتریسی

از توانها می باشد. بنابراین، مسئله یافتن ماتریس $ES_{k \times m}$ شامل توانهایی است که مقادیر آنها در محدوده تعریف شده توسط کاربر بدست می آید. برای مثال اگر توانهای انتخاب شده برای X ها برابر $EX = [-1, 0, 1]$ و $m = 4$ (تعداد جملات بدون a_0) و $k = 3$ (تعداد متغیرهای انتخاب شده) باشد، مسئله رگرسیون چندجمله ای، یافتن ماتریس توانهای $ES_{3 \times 4}$ است. مثالی از چنین ماتریسی به صورت رابطه (۶) است:

$$(۶) \quad ES_{m \times k = 4 \times 3} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

لحاظ نمودن توان صفر برای ایجاد قابلیت عدم شمول تعدادی از ورودیها از ترکیبات آنها در معادلات رگرسیون می باشد. زمانی که ماتریس بالا در معادله (۷) جایگذاری می شود معادلات ذیل بدست می آید:

$$(۷) \quad \begin{aligned} Z_1 &= (X_1)^{-1} \cdot (X_2)^0 \cdot (X_3)^1 = X_1^{-1} \cdot X_3 \\ Z_2 &= (X_1)^0 \cdot (X_2)^1 \cdot (X_3)^{-1} = X_2 \cdot X_3^{-1} \\ Z_3 &= (X_1)^1 \cdot (X_2)^0 \cdot (X_3)^0 = X_1 \\ Z_4 &= (X_1)^1 \cdot (X_2)^1 \cdot (X_3)^0 = X_1 \cdot X_2 \end{aligned}$$

بنابراین معادله ۳-۲ را میتوان به صورت زیر نوشت:

$$Y = a_0 + a_1 \cdot Z_1 + a_2 \cdot Z_2 + a_3 \cdot Z_3 + a_4 \cdot Z_4$$

$$= a_0 + a_1 \cdot X_3 / X_1 + a_2 \cdot X_2 / X_3 + a_3 \cdot X_1 + a_4 \cdot X_1 X_2$$

مرحله بعد محاسبه پارامترهای قابل تنظیم a_j توسط روش خطی حداقل مربعات با استفاده از حداقل کردن جمع مربع خطاها (SSE) به عنوان تابع هزینه می‌باشد.

همانطور که قبلاً اشاره شد، در GA استاندارد از رشته‌های شامل صفر و یک استفاده می‌شود. در الگوریتم ژنتیک بکار رفته در EPR بجای استفاده از رشته‌های دودویی، رشته‌های اعداد صحیح بکار گرفته می‌شود. برای مثال، توانهای معادله ۷-۳ با توجه به موقعیت توانهای $EX = [-1, 0, 1]$ مربوط به رشته $[1\ 2\ 3, 2\ 3\ 1, 3\ 2\ 2, 3\ 2\ 2]$ می‌باشد.

نسخه اولیه EPR بر اساس الگوریتم ژنتیک تک منظوره (SOGA) برای جستجوی فرمول استوار بود. در این شیوه جستجو ابتدا مقدار حداکثر برای تعداد جملات m فرض می‌شود و سپس بطور متوالی جستجوی فرمولهای دارای یک تا m جمله انجام می‌شود. برای سرعت دادن به همگرایی میتوان بطور اختیاری نتایج بدست آمده در هر مرحله از جستجو را در جمعیت مرحله بعدی جستجو وارد نمود. معیار سنجش برازش و انتخاب عبارات تولید شده استفاده از ضریب تعیین (CoD) به معادله ۸ می‌باشد:

$$CoD = 1 - \frac{N-1}{N} \frac{\sum_N (\hat{y} - y_{exp})^2}{\sum_N (y_{exp} - avg(y_{exp}))^2} \quad (8)$$

N تعداد داده‌ها؛ $avg(y_{exp})$ میانگین مشاهدات واقعی؛ $\hat{y}$ مقدار بدست آمده از مدل و y_{exp} مقدار واقعی مربوطه است. به این ترتیب یک مدل که CoD کمتری نسبت به بقیه دارد معرفی می‌شود.

در سال ۲۰۰۶، Giustolisi & Savic (2006) مدل EPR را بهبود بخشیدند. در روش جدید از الگوریتم ژنتیک چند منظوره MOGA به جای SOGA استفاده شد. اهداف این روش شامل: (۱) بالا بردن دقت مدل، (۲) کاهش تعداد ضرایب چندجمله‌ای و مختصر نمودن آن و (۳) کاهش تعداد ورودیها می‌باشد. جستجو بطور همزمان برای چندجمله‌ای‌های دارای یک تا m ضریب انجام می‌شود و از اینرو سریعتر از روش SOGA می‌باشد و برای هر یک از مقادیر m یک مدل معرفی می‌شود. آخرین نسخه روش EPR در سال ۲۰۰۷ توسط همان محققین Giustolisi & Berardi معرفی شد که تکنیک مطالعه چند موردی (MCS-EPR) را اجرا نمود. در این روش داده‌های بدست آمده از چند مطالعه موردی بطور همزمان مورد تحلیل قرار گرفته و مدل جامعی ارائه می‌شود.

محاسبه ضرایب a_j در معادله ۳-۷ منجر به حل یک سیستم خطی بیش معین می‌شود. این گونه مسائل معمولاً به روش حذف گوسی قابل حل است. با اینحال در فرآیند جستجوی تکاملی که منجر به تولید ماتریسهایی شامل ستون‌های صفر یا وابسته خطی می‌گردد، نمی‌توان از این روش بهره برد. برای تعیین این پارامترها از روش تجزیه مقدار منفرد (SVD) ماتریس Z استفاده می‌شود. در نهایت روش حل LS برای تعیین بردار ثابتهای θ به صورت رابطه ۹ محاسبه می‌شود که در آن $Pinv$ ماتریس شبه معکوس^۱ می‌باشد؛

$$\theta = Pinv(Z) \times (Y) \quad (9)$$

پس از آن روشهای خاصی برای بالا بردن دقت جوابها با کاهش مقدار SSE انجام می‌شود که جزئیات آن توسط Giustolisi (2006) بیان شده است. در نهایت روابطی که از روش EPR بدست می‌آید به شکل شبه چندجمله‌ای های ۱۰ میتواند باشد:

$$Y = a_0 + \sum_{j=1}^m a_j \cdot (X_1)^{ES(j,1)} \cdot \dots \cdot (X_k)^{ES(j,k)} \cdot f((X_1)^{ES(j,k+1)}) \cdot \dots \cdot f((X_k)^{ES(j,2k)})$$

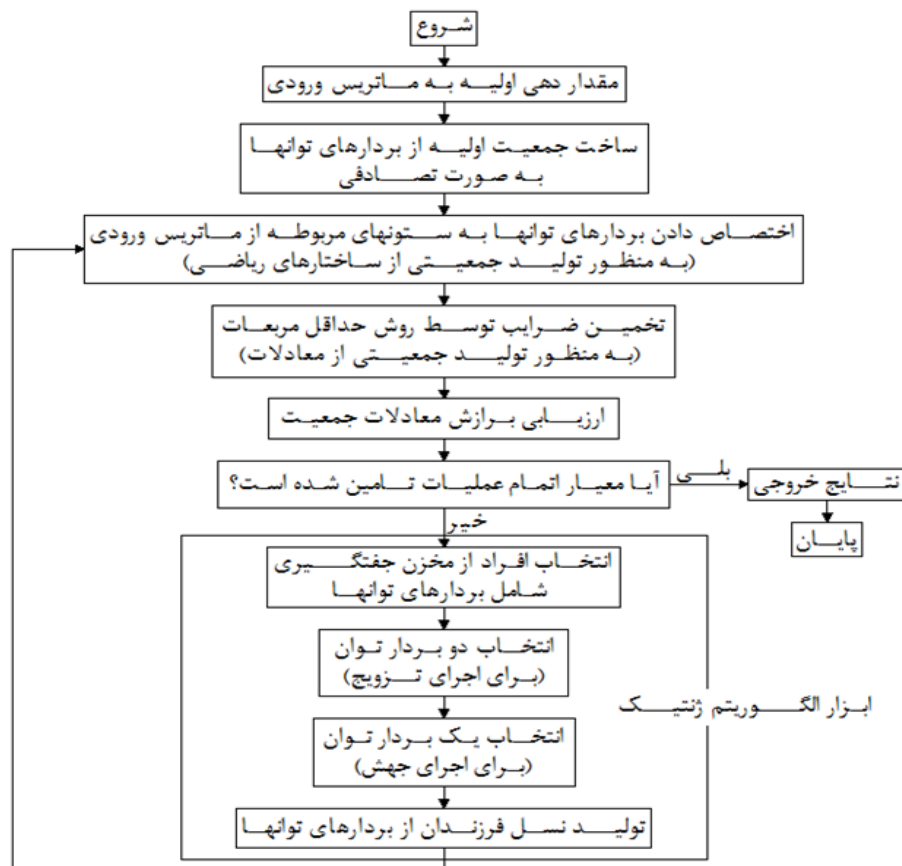
$$Y = a_0 + \sum_{j=1}^m a_j \cdot f((X_1)^{ES(j,1)} \cdot \dots \cdot (X_k)^{ES(j,k)})$$

$$Y = a_0 + \sum_{j=1}^m a_j \cdot (X_1)^{ES(j,1)} \cdot \dots \cdot (X_k)^{ES(j,k)} \cdot f((X_1)^{ES(j,k+1)} \cdot \dots \cdot (X_k)^{ES(j,2k)})$$

$$Y = g\left(a_0 + \sum_{j=1}^m a_j \cdot (X_1)^{ES(j,1)} \cdot \dots \cdot (X_k)^{ES(j,k)}\right) \quad (10)$$

تابع f در معادله بالا میتواند لگاریتم طبیعی، توانی، تانژانت هیپربولیک و غیره باشد. تابع g در آخرین ساختار معادله بالا باید تابعی معکوس پذیر انتخاب شود تا تخمین پارامترها امکان پذیر باشد. در مدت فرآیند جستجوی تکاملی، معادلات ۲ تا ۱۰ به شکل معادله ۱۰ تبدیل می‌شوند.

مطابق توضیحات ارائه شده در مورد نحوه کار EPR، می‌توان این مراحل را به طور خلاصه در الگوریتم و نمودار گردش‌ی شکل ۱ نشان داد.



شکل ۱- نمودار گردش‌ی طرزکار EPR (Rezania, et al, 2008)

۵- کاربرد رگرسیون چندجمله‌ای تکاملی در مهندسی ژئوتکنیک

روش EPR، تکنیک نسبتاً جدیدی است که در بیست سال اخیر توسعه یافته و در ابتدا برای مدلسازی پدیده‌های زیست محیطی توسط ارائه دهندگان آن بکار گرفته شد (Giustolisi et al, 2004-2007). همانطور که در انتهای فصل قبل ذکر شد، تعداد تحقیقات انجام شده توسط این روش نسبت به سایر روش‌های داده کاوی کمتر بوده است. مطابق پژوهش Ebid (۲۰۲۱) صرفاً ۲ درصد از کل تحقیقات انجام شده در حوزه داده کاوی ژئوتکنیک مربوط به روش EPR بوده است. در جدول ۱ تعداد کل نشریات تکنیکهای مختلف داده کاوی در حوزه‌های مختلف ژئوتکنیک ارائه شده است.

جدول ۱- تعداد تحقیقات انجام شده بر اساس موضوع و روش AI (Ebid., 2021).

Table 5 Number of researches classified by Subject and AI Technique

	Slope stability	Deep foundation	Liquefaction	Rock properties	Soil Properties	Soil Compaction	Shoring and retaining walls	Tunnel	Shallow foundation	Soil dynamics and rock	Soil class. and profiling	Soil and rock modeling	Water-soil Interaction	Others	Total no. of (subject-technique) pairs
EXPERT	4	2	3	3	4	1	2	1	2	2	4	1	1	5	32
FUZZY	12	4		16	22		3	5	8	1	14	5	10	6	109
ANN	35	50	21	42	103	12	12	19	22	17	21	42	12	25	433
PSO	16	2		7	17		6	4	3		2	8	1	9	75
SVM	4	9	7	10	18	4	1	2	3	2	3	6		3	72
GA		5		9	8	1	2	3	2		4	2	1	6	49
GP	4	15	11	9	12	3	1		8	4	1	7	1	4	80
EPR	1	2			1				3		1	5		1	14
OTHER	10	9	1	10	11	2	2		1	1	1	1	1	2	52
TOTAL	92	98	43	106	196	23	29	34	52	27	51	77	27	61	916

بیشترین تحقیقات در موضوعات ژئوتکنیکی با استفاده از EPR توسط Javadi (۲۰۰۹، ۲۰۱۰ و ۲۰۱۲) و سپس توسط Shahin (۲۰۱۳، ۲۰۱۴ و ۲۰۱۶) انجام شده است. در زمینه های روانگرایی، خصوصیات سنگ، تراکم خاک، سازه های نگهدارنده، تونل و اندرکنش آب و خاک، تحقیقات قابل توجهی توسط این تکنیک در نشریات علمی دیده نمی شود.

۶- مدل سازی نشست پی با بکارگیری رگرسیون تکاملی

۶-۱- انتخاب روش مدل سازی

در حوزه مدل سازی مسائل ژئوتکنیک به روشهای داده کاوی نیمه تصادفی، فعالیت های نسبتاً زیادی تا به امروز انجام شده است. همانگونه که در فصل قبل بررسی شد، سهم روشهای مبتنی بر الگوریتم ژنتیک در بین این تحقیقات کمتر از سایر روشها مانند شبکه عصبی می باشد و قابلیت های این روشها ناشناخته مانده است. ارائه روابط پارامتریک ساده و کاربردی توسط این روشها، آنها را به ابزار بسیار مناسب و کاربردی در زمینه مدلسازی تبدیل کرده است. از آنجایی که این روشها عملکرد بسیار خوبی در برخی زمینه های تحقیقاتی ژئوتکنیک نشان داده اند، در این تحقیق نیز کارایی روشهای مزبور مورد سنجش قرار می گیرد. از بین روشهای داده کاوی زیرمجموعه الگوریتم ژنتیک، روش رگرسیون چندجمله ای تکاملی جهت مدل سازی پارامتریک و تخمین نشست شمع انتخاب گردید. این روش دارای قابلیت و دقت مناسبی در تشخیص و استخراج الگوی تغییرات داده ها و ارتباط آنها به یکدیگر می باشد. مدلهای استخراج شده توسط روش EPR، علاوه بر دقت و سادگی، دارای قابلیت کاربرد و تعمیم پذیر نیز می باشد.

۶-۲- انتخاب پارامترها و تنظیم داده های مدل سازی

با توجه به بررسی بعمل آمده و مطالعه منابع فنی در این زمینه، مهمترین متغیرهای تاثیر گذار بر مدول الاستیسیته معادل به منظور مدلسازی انتخاب گردید. همانطور که ذکر شد پارامترهای متغیر ورودی برای مدل سازی مدول معادل عبارتند از: E1 مدول الاستیسیته لایه اول زیر پی (مگاپاسکال)، E2 مدول الاستیسیته لایه دوم زیر پی (مگاپاسکال)، E3 مدول الاستیسیته لایه سوم زیر پی (مگاپاسکال)، h1 نسبت ضخامت لایه اول زیر پی به عرض پی و h2 نسبت ضخامت لایه دوم زیر پی به عرض پی. پارامتر خروجی مدلسازی نیز عبارت است از E مدول الاستیسیته معادل خاک چند لایه بر حسب مگاپاسکال. در فرآیند مدل سازی به روشهای هوش مصنوعی، معمولاً مقداری از داده ها برای یافتن مدلهای بکار می رود که به نام داده های آموزش^۹ شناخته می شود؛ این داده ها به نرم افزار معرفی می شود تا الگوی موجود بین داده ها توسط الگوریتم نرم افزار استخراج گردد. بقیه داده ها که نقشی در مدلسازی نداشته اند جهت آزمون و اعتبارسنجی مدلهای تولید شده منظور می گردد. الگوریتم بکار رفته، تجربه ای برای این بخش از داده ها نداشته و داده های آزمون دخالتی در مدل تولید شده نداشته اند و لذا برای اعتبارسنجی مدل تولید شده و ارزیابی دقت آن در تخمین داده های جدید مناسب می باشد. در این تحقیق، تعداد کل داده های تولید شده ۴۰۸ مورد بوده که تعداد داده های آموزش برابر با ۳۱۲ مورد و تعداد داده های اعتبارسنجی، ۹۶ مورد بوده و بنابراین نسبت داده های اعتبارسنجی به داده های آموزش در حدود ۳۰ درصد بوده است. در جداول ۲ تا ۴، محدوده داده های مدلسازی به ترتیب برای مجموعه داده های آموزشی، اعتبار سنجی و کل داده ها مشاهده می شود. کل مجموعه داده ها و تفکیک آنها در پیوست ارائه گردیده است.

جدول ۲- محدوده پارامترهای ورودی و خروجی داده های آموزشی مدل سازی

پارامتر	حداقل	حداکثر	میانگین	انحراف معیار
h1	۰/۲	۲	۰/۹	۰/۶
h2	۰/۳	۲	۱/۲	۰/۶
E1 (Mpa)	۱۰	۶۰	۲۹/۷	۱۲/۳
E2 (Mpa)	۱۰	۶۰	۲۹/۷	۱۲/۳
E3 (Mpa)	۱۰	۶۰	۲۹/۷	۱۲/۳
E (Mpa)	۱۱	۵۵/۳	۲۹/۷	۸/۶

جدول ۳- محدوده پارامترهای ورودی و خروجی داده های اعتبار سنجی مدل سازی

پارامتر	حداقل	حداکثر	میانگین	انحراف معیار
h1	۰/۳	۱/۵	۰/۹	۰/۴
h2	۰/۴	۱	۰/۶۵	۰/۲
E1 (Mpa)	۱۱	۴۹	۲۹/۱	۱۰/۹
E2 (Mpa)	۱۱	۴۹	۲۹/۱	۱۰/۹
E3 (Mpa)	۱۱	۴۹	۲۹/۱	۱۰/۹
E (Mpa)	۱۱/۸	۴۳/۹	۲۷/۴	۸/۱

جدول ۴- محدوده پارامترهای ورودی و خروجی کل داده های مدل سازی

پارامتر	حداقل	حداکثر	میانگین	انحراف معیار
h1	۰/۲	۲	۰/۹	۰/۵
h2	۰/۳	۵/۴	۱	۰/۶
E1 (Mpa)	۱۰	۶۰	۲۹/۶	۱۲
E2 (Mpa)	۱۰	۶۰	۲۹/۶	۱۲
E3 (Mpa)	۱۰	۵۵/۳	۲۹/۶	۱۲
E (Mpa)	۱۱	۵۲/۳	۲۷/۶	۸/۵

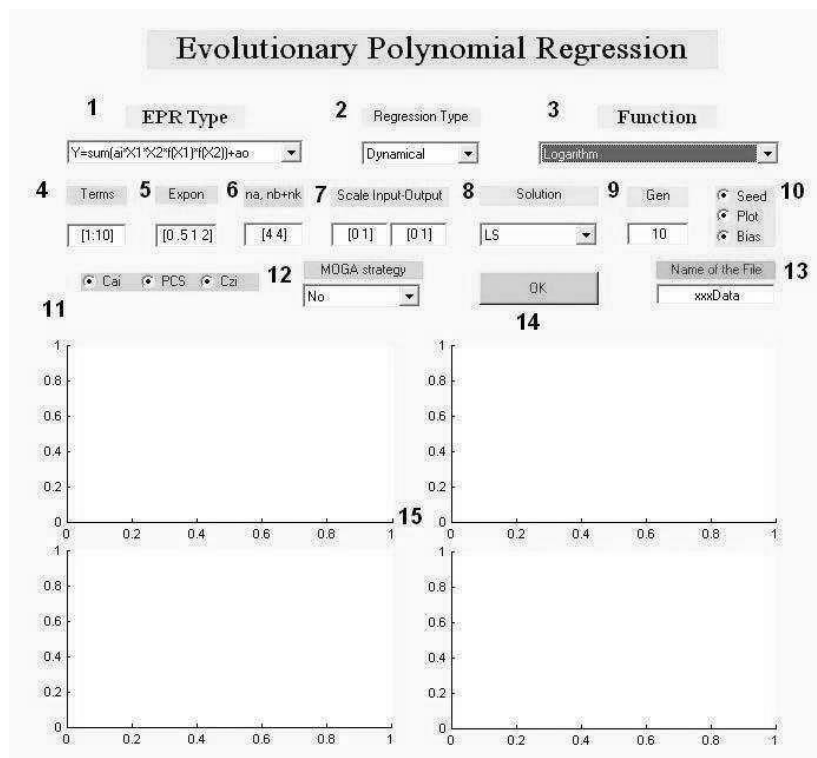
۳-۶- مدل سازی توسط EPR

نرم افزار EPR جهت مدل سازی به این روش بکار می رود. این نرم افزار توسط Giustolisi و همکارانش بر پایه برنامه نویسی در محیط MATLAB، ارائه شده است (Lauccelli et al, 2009).

نرم افزار EPR

شکل ۴-۵ نمایی از محیط برنامه را نشان می دهد. پارامترهای قابل تنظیم توسط کاربر شامل موارد زیر است:

۱) نوع ساختار EPR. یکی از انواع معادلات ۱۰-۳ برای نحوه نمایش جوابها تعیین می شود که شامل ۷ نوع معادله می باشد. ۴ تا از این معادلات با تغییر تابع معکوس پذیر g بدست می آید و این تابع می تواند لگاریتم، نمایی، سینوس و تانژانت از بین گزینه ها انتخاب شود. تجربیات قبلی در زمینه کاربرد EPR نشان می دهد که ساختار اول از معادلات ۱۰-۳ نقطه شروع مناسبی برای مدل سازی می باشد و در ابتدای لیست گزینه ها در برنامه قرار دارد. پس از آزمون انواع مختلف توابع EPR در نهایت این ساختار دقت مناسبی را برای مدل سازی در این تحقیق بدست داد.



شکل ۲- محیط نرم افزار EPR (Laucelli et al, 2009)

(۲) نوع رگرسیون (دینامیکی، استاتیکی، طبقه بندی). در مدلسازی سیستمهای دینامیکی، داده ها به شکل سریهای زمانی مرتب شده‌اند در حالی که برای حالت استاتیکی داده ها لزوماً به این شکل نیستند. در کارهای طبقه بندی نیز سیستم استاتیک بوده و خروجی مدل عددی صحیح است.

(۳) نوع تابع. ۵ گزینه برای انتخاب نوع تابع f از معادله $3-10$ وجود دارد: بدون تابع، لگاریتم، نمایی، تانژانت هیپربولیک و سکانت هیپربولیک. در صورتی که EPR موفق به یافتن مدلهای خوبی شامل تابع $f(X)$ نشود، آن تابع را انتخاب نمی‌کند. با مقایسه کارایی توابع f ، حالت بدون تابع، نتایج دقیقتری را برای هر دو قسمت داده ها (آموزش و اعتبار سنجی) نشان داد.

(۴) تعداد جملات. محدوده تعداد جملات تشکیل دهنده مدلها برای مثال به صورت $[1:5]$ به صورت پیش فرض تعیین می‌شود. ممکن است اعداد بزرگی که برای حداکثر تعداد جملات تعیین می‌شود توسط EPR انتخاب نشود؛ چرا که این روش گرایش به امتیازدهی به ساختارهای خلاصه با تعداد ثابتهای کم به جای ساختارهای پیچیده دارد. محاسبه نتایج برای تعداد جملات بین ۱ تا ۹ یعنی $[1:8]$ تنظیم شد.

(۵) مجموعه توانها. مجموعه‌ای از توانهای قابل انتخاب برای پارامترهای ورودی به برنامه معرفی می‌شود. قرار دادن توان صفر در این مجموعه برای انتخاب نشدن پارامترهایی که برای مدل ضروری نیستند، توصیه شده است. به منظور یافتن مدلهای نسبتاً رند، مجموعه توانها برابر با اعداد بین -4 تا 4 شامل $[-4, -3, -2, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 2, 3, 4]$ انتخاب شد.

(۶) na و $nb + nk$ در صورتی که نوع رگرسیون دینامیکی انتخاب شده باشد فاصله زمانی بین داده‌ها در این قسمت مشخص می‌شود. در این تحقیق این تنظیم کاربردی ندارد.

(۷) مقیاس کردن ورودی- خروجی. محدوده مقیاس نمودن مجدد داده ها در این قسمت تنظیم می‌شود. مقیاس دهی به داده ها در ساخت مدلهای دینامیکی به منظور افزایش پایداری مدلها پیشنهاد شده است. این تنظیم کاربردی در این تحقیق ندارد.

۸) تعیین روش حل. سه گزینه در این قسمت وجود دارد که مربوط به نحوه برآورد مقادیر ثابت a_j می‌باشد.
LS) تخمین پارامترها توسط روش حداقل مربعات و بکارگیری یک حل کننده برپایه تجزیه مقدار واحد انجام می‌شود (Giustolisi & Savic, 2006).

LP) تخمین پارامترها توسط بهینه سازی یک تابع خطی هدف انجام می‌شود. در صورتی که نویز غیرگوسی در داده ها وجود داشته باشد این روش قدرتمندتر است. در این پژوهش از این روش بهره گرفته شده و جوابهای بهتری بدست داده است.
 $LS \ a_j > 0$) تخمین پارامترها به روش حداقل مربعات به مقادیر مثبت a_j محدود می‌شود. این حالت مربوط به مدل‌های صرفه جو برای تعداد پارامترها می‌باشد. به نظر ارائه دهندگان این روش، ضرایب منفی معمولاً مفهوم فیزیکی ضعیفی دارند و در واقع تاثیر ضرایب مثبت را متعادل نموده و توصیف بهتری از نویز بازمی گردانند؛ صرفنظر کردن از جملات منفی، فضای جستجو را محدود کرده و از اینرو موجب حصول کارایی محاسبات، بدون از دست رفتن دقت آنها می‌شود. علاوه بر این، اعمال فشار برای یافتن عبارات خلاصه می‌تواند جستجوی معادلات با مبنای فیزیکی و قابلیت تعمیم بالا را بهبود بخشد (Giustolisi et al, 2007).
با اینحال در این تحقیق با بکارگیری ضرایب منفی سرعت همگرایی و دقت مدلها نسبت به حالت بدون همگرایی بیشتر بود و از اینرو از هر دو ضرایب مثبت و منفی استفاده شده است.

۹) نسلها. مقدار مناسبی برای تعداد نسلهای الگوریتم ژنتیک تعیین می‌شود. این عدد بستگی به تعداد ورودی‌ها و خروجی‌ها و طول عبارات (m) دارد. با توجه به تجربیات قبلی در زمینه EPR، مقدار ۱۰ را برای این پارامتر پیشنهاد داده‌اند. در روند مدلسازی مشاهده شد که همگرایی مدلها عملاً در این تعداد نسل اتفاق می‌افتد و انتخاب مقادیر بالا هیچ تاثیری در بهبود دقت مدلها ندارد.

۱۰) Bias، Seed و Plot. انتخاب گزینه Seed در طول اجرا موجب وارد کردن المانهای اتفاقی از مجموعه والدین در جمعیت فرمولها می‌شود که برای حالت الگوریتم تک منظوره کاربرد دارد. انتخاب Bias به معنی منظور نمودن ضریب a_0 است. گزینه Plot مربوط به نحوه نمایش داده های ورودی و خروجی است.

۱۱) تابع هدف. این تنظیم دارای سه گزینه بوده و مربوط به تابع هدفی است که باید بهینه شود. برای کاهش SSE، یک تابع هزینه توسط EPR بکار گرفته می‌شود. در صورتی که هیچکدام از این گزینه ها انتخاب نشود، اجرای برنامه با استفاده از SSE عادی به عنوان تابع هدف خواهد بود. انتخاب هر یک از این گزینه ها به معنی بهبود کارایی کاهش SSE و نیز یافتن جوابهای خلاصه تر می‌باشد.

۱۲) استراتژی MOGA. انتخاب نوع الگوریتم ژنتیک برای SOGA یا MOGA انجام می‌گیرد. الگوریتم MOGA می‌تواند به صورت کاهش دادن SSE به همراه a_j یا X_j انتخاب شود.

پس از این تنظیمات، با توجه به شکل ۳ سایر گزینه های برنامه شامل: قسمت ۱۳ نام و محل فایل، قسمت ۱۴ شروع اجرای برنامه و قسمت ۱۵ نمایش داده های خروجی استخراج شده از فایل به ترتیب چینش آنها می‌باشد. نحوه تنظیم این پارامتر در جدول ۵ مشاهده می‌شود.

جدول ۵- نحوه تنظیم پارامترها برای مدلسازی EPR

فیلد	تنظیمات	پارامتر
۱	$Y = a_0 + \sum_{j=1}^m a_j \cdot (X_1)^{ES(j,1)} \cdot \dots \cdot (X_k)^{ES(j,k)} \cdot f((X_1)^{ES(j,k+1)}) \cdot \dots \cdot f((X_k)^{ES(j,2k)})$	نوع EPR
۲	استاتیکی	نوع رگرسیون
۳	---	تابع
۴	۹ جمله [۱ ۸]	تعداد جملات
۵	$[-۴, -۳, -۲, -۱, -۰/۵, ۰, ۰/۵, ۱, ۲, ۳, ۴]$	مجموعه توانها
۶	-	na, nb + nk
۷	-	مقیاس کردن ورودی - خروجی
۸	LP	روش حل
۹	۱۰	تعداد نسل
۱۰	Plot, Bias	Seed, Plot, Bias
۱۱	---	تابع هدف
۱۲	کاهش مجموع مجذور خطاها و تعداد جملات	استراتژی MOGA

۴-۶- نتایج مدل سازی توسط EPR

روش EPR به علت ساختار و الگوریتم ساده تر آن، نسبت به روشهای دیگر داده کلوی سریعتر بوده و می تواند در عرض چند دقیقه ارتباط بین داده ها را در صورت وجود تشخیص داده و تولید مدلها را انجام دهد. در این روش، چندین رابطه یا اصطلاحاً مدل چند جمله ای با تعداد جملات و دقت های متفاوت تولید می شود. با مقایسه برازش و مقدار خطای روابط تولید شده، بهترین مدل که دقت مناسبی برای هر دو بخش داده ها شامل آموزشی و اعتبارسنجی داشت انتخاب شد.

رابطه ریاضی تولید شده به روش EPR برای تخمین مدول الاستیسیته معادل خاک چند لایه، به شکل زیر می‌باشد که در آن ضرایب a_i اعداد ثابت هستند.

$$\begin{aligned} E = & -0.0044675 \cdot h_1^{-2} \cdot h_2^{-1} \cdot E_1^2 \cdot E_2^{0.5} \cdot E_3^{-2} + 0.00085035 \\ & h_1^{-1} \cdot h_2^2 \cdot E_2^2 \cdot E_3^{-0.5} - 0.0001081 \cdot h_1^{-0.5} \cdot h_2 \cdot E_1^* \\ & E_2^{-0.5} \cdot E_3^2 + 0.12451 \cdot E_1^{0.5} \cdot E_2^{0.5} \cdot E_3^{0.5} - 0.98186 \cdot h_1^* \\ & E_1^{-0.5} \cdot E_2^{0.5} \cdot E_3^{0.5} - 74.8503 \cdot h_1 \cdot E_1 \cdot E_2^{-2} \cdot E_3^{-0.5} + 1.1066 \cdot h_1 \cdot E_1^* \\ & E_2^{-0.5} + 9.3547^* \end{aligned}$$

شرح پارامترها در بخش ۲-۳-۴ ارائه شده است. با توجه به اینکه برای ساخت این مدل از مدول الاستیسیته خاک در بازه ۱۰ تا ۶۰ مگاپاسکال استفاده شده لذا انتظار می‌رود در این بازه نتایج دقیقتری از تخمین مدول معادل خاک بدست آید. در ادامه دقت رابطه تولید شده مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

۵-۶- ارزیابی و تحلیل نتایج مدل سازی

در این تحقیق، برای ارزیابی عملکرد مدلها از معیارهای آماری بهره گرفته می‌شود که شامل مجموع قدر مطلق خطاها، ضریب همبستگی^۱ (R)، ضریب تعیین^۲ (R²)، مجذور میانگین مربع خطاها^۳ (RMSE)، میانگین قدرمطلق خطاها^۴ (MAE) و حداکثر قدرمطلق خطاها^۵ (MAXAE) می‌باشد. ضریب همبستگی، یکی از معیارهای مورد استفاده در تعیین همبستگی دو متغیر است که شدت رابطه و همچنین نوع رابطه (مستقیم یا معکوس) را نشان می‌دهد. این ضریب بین ۱ تا -۱ است و در صورت عدم وجود رابطه بین دو متغیر، برابر صفر است. ضریب تعیین یا ضریب تشخیص نیز قدرت توضیح دهنده‌ی مدل را نشان می‌دهد. ضریب تعیین نشان می‌دهد که چند درصد از تغییرات متغیر وابسته توسط متغیرهای مستقل توضیح داده می‌شود. این ضریب بین ۰ تا ۱ متغیر است و هر قدر به ۱ نزدیکتر باشد خطای مدلسازی کمتر است. پارامترهای مذکور از روبرو زیر قابل محاسبه است:

$$R = \frac{\sum_N (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum_N (x - \bar{x})^2 \sum_N (y - \bar{y})^2}}$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_N (x - y)^2}{\sum_N (x - \bar{x})^2}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_N (x - y)^2}{N}}$$

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_N |x - y|$$

در این روابط، X معرف مقادیر واقعی و Y، مقادیر پیش بینی شده توسط مدل می‌باشد.

-
- ^۱ Correlation Coefficient
 - ^۲ Coefficient of Determination
 - ^۳ Root Mean Square Error
 - ^۴ Mean Absolute Error
 - ^۵ MAXimum Absolute Error

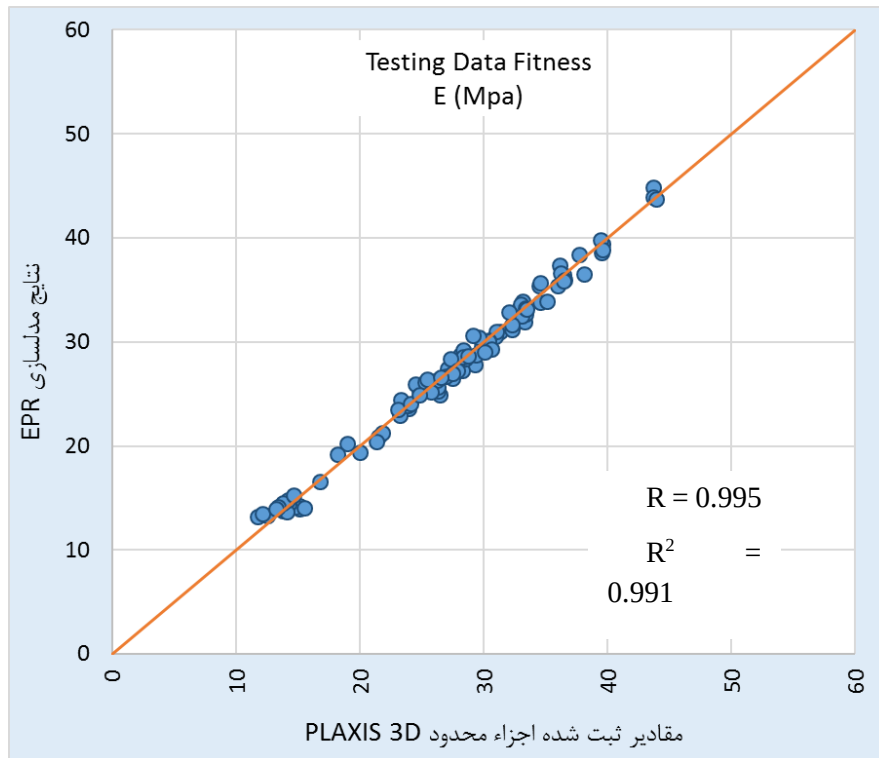
ارزیابی مدل بدست آمده، توسط معیارهای فوق، انجام شد و نتایج آن در جدول ۶ مشاهده می‌شود. با توجه به این جدول، روش EPR دقت خوبی در مدلسازی مدول الاستیسیته معادل خاک چند لایه نشان داده است؛ در شکل‌های ۳ تا ۶ مقایسه دقت برازش مدل این روش نسبت به نتایج مدلسازی اجزای محدود، برای مجموعه داده های آموزش، اعتبارسنجی و کل مجموعه داده ها ارائه شده است. در این شکلها محور افقی بیانگر داده های ثبت شده از تحلیل اجزای محدود و محور قائم مقادیر برآورد شده از مدل EPR می‌باشد. در شکل ۶ نیز جمع بندی مقایسه تغییرات مقادیر برآورد شده مدلها نسبت به کل مجموعه داده های آموزشی و اعتبارسنجی در روش EPR مشاهده می‌شود. بررسی آماری انجام شده نشان میدهد که مدل تولید شده توسط EPR دقت مناسبی در تخمین نتایج مدلسازی اجزای محدود برای مدول الاستیسیته معادل خاک چند لایه داشته است.

جدول ۶- ارزیابی عملکرد مدل تخمین مدول الاستیسیته معادل خاک چند لایه

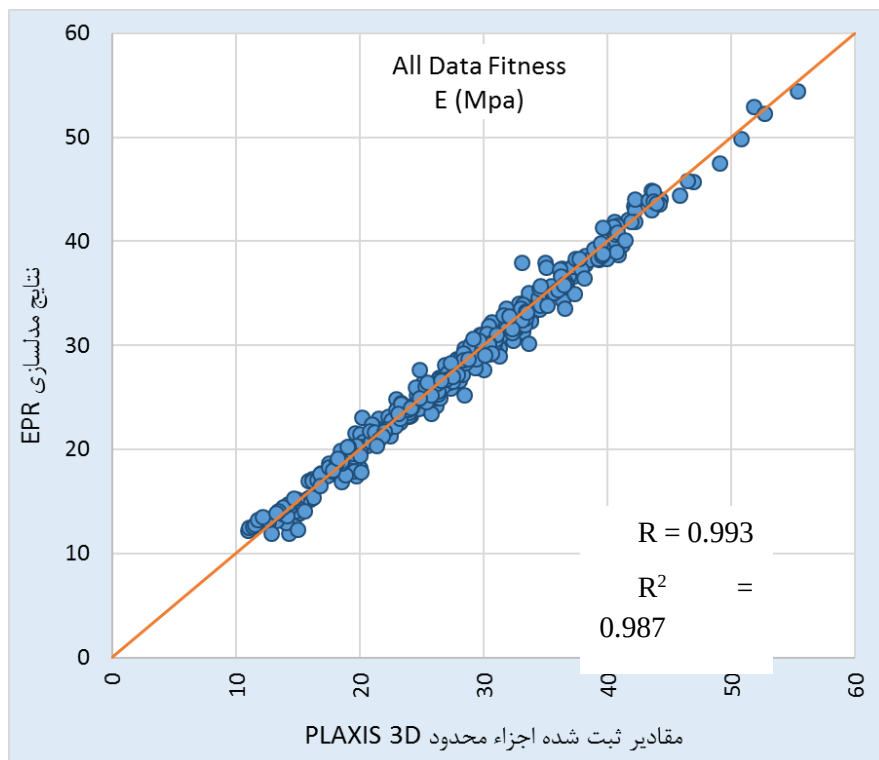
MAXAE (Mpa)	MAE (Mpa)	RMSE (Mpa)	R ²	R	
۴/۸۶	۰/۷۸	۱/۰۴	۰/۹۸۵	۰/۹۹۳	داده های آموزشی
۱/۵۸	۰/۶۷	۰/۷۹	۰/۹۹۱	۰/۹۹۵	داده های اعتبار سنجی
۴/۸۶	۰/۷۶	۰/۹۸	۰/۹۸۷	۰/۹۹۳	کل داده ها



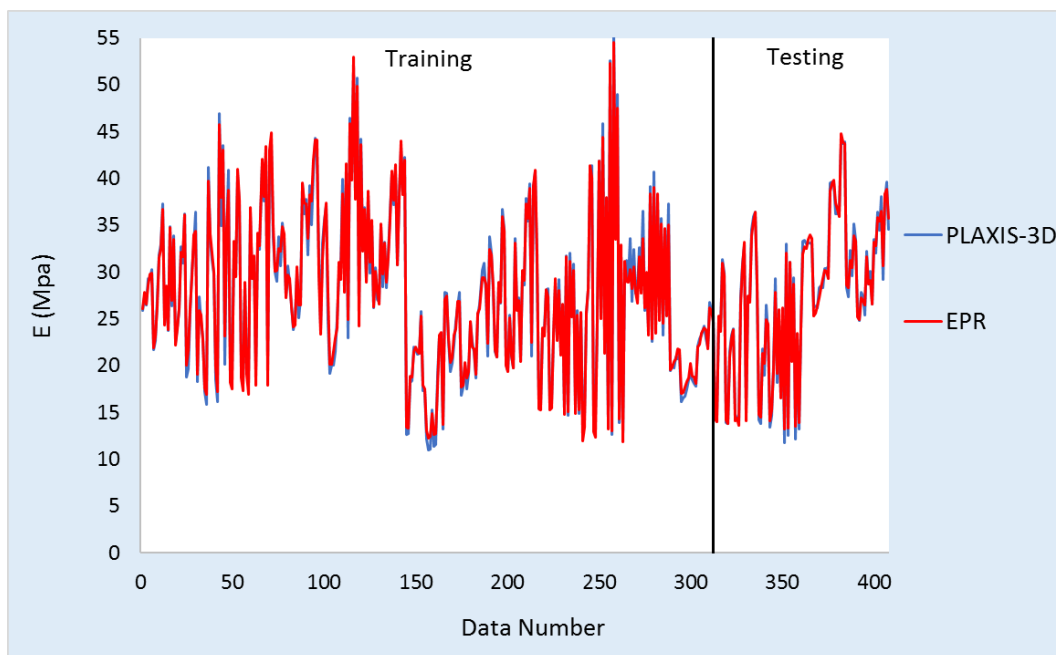
شکل ۳- ارزیابی دقت برازش مدل EPR برای داده های آموزش



شکل ۴- ارزیابی دقت برازش مدل EPR برای داده های اعتبارسنجی



شکل ۵- ارزیابی دقت برازش مدل EPR برای کل مجموعه داده ها



شکل ۶- مقایسه تغییرات نتایج مدلسازی EPR نسبت به محاسبات PLAXIS-3D

۷- جمع بندی و نتیجه گیری

توسط مدل بدست آمده از روش EPR، امکان تخمین مدول الاستیسیته معادل لایه های خاک، بی نیاز از انجام مدلسازی های پیچیده و با دقت مناسب فراهم می گردد. انتخاب و بکار گیری ترکیب روش مدلسازی اجزاء محدود سه بعدی با روش داده کاوی EPR و مجموعه پارامترهای ورودی و خروجی استفاده شده در این تحقیق، به نوبه خود منحصر به فرد بوده و قبلاً به این شکل برای مدل سازی و مطالعه مدول الاستیسیته معادل خاک زیر پی مورد استفاده قرار نگرفته است. با مدلسازی مدول الاستیسیته معادل خاک، توسط روش اجزاء محدود سه بعدی و ابزار مدلسازی رایانه ای الگوریتم ژنتیک، نتایج زیر بدست آمد:

انتخاب سه لایه خاک زیر پی و نسبت ضخامت لایه های اول و دوم به عرض پی و مدول الاستیسیته این سه لایه تاثیرگذارترین مولفه ها بر مدول معادل بوده و تخمین مناسبی از این پارامتر با فرضیات متغیرهای مذکور بدست آمده است. با توجه به اینکه مدلسازی تا عمق ۶ برابر عرض پی انجام شده و ضخامت لایه سوم همواره با معلوم بودن ضخامت لایه های بالاتر قابل تعیین است، لذا این پارامتر از متغیرهای مدلسازی حذف شده است. در این تحقیق بررسی شد که آیا میتوان به منظور ساده سازی، متغیر عرض پی را در سایر پارامترها مستتر نمود. با مدلسازی های انجام شده نتیجه شد که در صورت منظور نمودن پارامتر نسبت ضخامت لایه به عرض پی به جای استفاده مستقیم از ضخامت لایه این امر امکانپذیر است. با توجه به اینکه در محاسبات نشست آبی پی از پارامترهای الاستیک خاک بهره گرفته می شود لذا مدل رفتاری الاستیک برای خاک در مدلسازی اجزای محدود بهره گرفته شد تا نتایج بدست آمده به فرضیات محاسبات دستی نزدیکتر باشد. همچنین محاسبات انجام شده برای تعیین مدول معادل خاک برای نشست ۲/۵ سانتیمتر مرکز پی با توجه به بررسی منابع و آیین نامه ها بوده است. لایه های اولیه زیر پی با توجه به اینکه تحت تنشهای بیشتری قرار دارند نسبت به لایه های زیرین تاثیرگذاری بیشتری بر روی نشست پی دارند. لذا محدوده تغییرات ضخامت این لایه ها برای منظور نمودن بهتر تاثیر این لایه ها بر نشست تا حد امکان کوچک انتخاب گردید. مدلی که توسط روش EPR تولید شد، تخمین مناسبی از محاسبات تحلیلی سه بعدی اجزاء محدود برای مدول الاستیسیته معادل خاک چند لایه بدست داد و معلوم شد که این روش توانایی برقراری رابطه بین متغیرهای لایه های خاک جهت مدلسازی حالت معادل را دارا می باشد. برای داده های آموزشی که در ساخت مدل EPR بکار رفته اند، دقت مدل بدست آمده مناسب بوده است. با اینحال دقت بالا در تخمین داده های آموزشی شرط لازم ولی ناکافی برای سنجش اعتبار یک مدل می باشد. لذا توسط داده های اعتبار سنجی یا صحت سنجی که در فرآیند مدلسازی دخالتی نداشته اند، دقت مدل EPR مورد بررسی قرار گرفت. دقت بالای این مدل برای داده های اعتبار سنجی بیانگر قابلیت تعمیم پذیری مناسب مدل بدست آمده بوده است. مدلهای

تولید شده توسط روش EPR به شکل چند جمله‌ای‌های با متغیرهای تواندار ریاضی بوده و همانطور که قبلاً گفته شد دارای ساختار مشخص و از پیش تعیین شده‌ای هستند و امکان وارد کردن برخی توابع از قبیل توابع مثلثاتی، نمایی و لگاریتمی در این چندجمله‌ای‌ها وجود دارد. این مدل‌ها را می‌توان به صورت روابط ساده ریاضی و یا به شکل ماتریسی نمایش داده و در برنامه‌هایی نظیر اکسل مورد استفاده قرار داد. روش EPR با وجود توانایی بالایی که در شبیه‌سازی مورد این تحقیق نشان داد، روندی تصادفی را تعیین ضرایب و توانهای چند جمله‌ای‌ها دنبال می‌کند. به عبارت دیگر در دو بار اجرای برنامه با تنظیمات یکسان و داده‌های بکار رفته مشابه، تضمینی برای رسیدن به جوابهای یکسان و یا مورد انتظار وجود ندارد و ممکن است پس از چندین بار اجرای برنامه و امتحان کردن تنظیمات مختلف، امکان رسیدن به جوابهای مناسب و مطلوب فراهم گردد. زیر مجموعه‌های برنامه ریزی ژنتیک به علت توانایی ارائه مدل‌هایی به شکل روابط ریاضی ملموس و قابل مشاهده ارتباط بین پارامترها، اهمیت ویژه‌ای در مدل‌سازی رفتار پیچیده لایه‌های خاک دارند. روشی که برای مدل‌سازی مدول الاستیسیته معادل در این پژوهش انجام شد منجر به تولید رابطه‌ای با دقت مناسب گردید که میتواند تا حدود زیادی نیاز به انجام محاسبات و مدل‌سازی‌های پیچیده را در کارهای روزمره و معمول عمرانی و ساختمانی مربوط به پی‌های سطحی کاهش دهد. با توجه به نارسایی نتایج آزمایشات بارگذاری صفحه‌ای در تخمین مناسب خصوصیات شرایط پیچیده خاک زیر پی، اهمیت روشهای تخمینی با دقت مناسب قابل توجه خواهد بود.

۸- پیشنهادات

۱- ترکیب با روش‌های بهینه‌سازی پایدارتر: با توجه به ماهیت تصادفی یافتن ضرایب در EPR، پیشنهاد می‌شود در تحقیقات آتی، از روش‌های فراابتکاری (Metaheuristic) مانند الگوریتم‌های تکاملی (که در متن به آن اشاره شد) برای تنظیم ابرپارامترهای (Hyperparameters) مدل EPR استفاده شود تا پایداری ضرایب در اجراهای متوالی افزایش یابد و به یک پاسخ بهینه همگرا شود.

۲- اعتبارسنجی با داده‌های میدانی (Plate Load Test): اگرچه شما به نارسا بودن نتایج بارگذاری صفحه‌ای اشاره کردید، اما اعتبار سنجی مدل نهایی (EPR) در برابر نتایج اندازه‌گیری شده در محل پروژه (به جای صرفاً مقایسه با نتایج تحلیلی FEM) می‌تواند بالاترین سطح از اعتباربخشی را فراهم آورد.

۳- توسعه مدل برای حالات غیرالاستیک: اگرچه هدف نشست آبی بوده، پیشنهاد می‌شود در مطالعات بعدی، توانایی مدل EPR برای تخمین پارامترهای وابسته به کرنش (مانند مدول الاستیسیته کاهش یافته یا مدول برشی) در شرایط غیرالاستیک بررسی شود تا کاربرد مدل فراتر از محدوده الاستیک اولیه برود.

مراجع

Abu-Farsakh, M. Y., & Chen, Q. (2012). Evaluation of the base/subgrade soil under repeated loading: phase II, in-box and ALF cyclic plate load tests [tech summary].

Arnold, M. A. (1999). Artificial neural networks applied to the prediction of settlements of shallow foundations in granular soils. MEngSc. thesis, James Cook University, Queensland.

Azam, G., Hsieh, C. W., & Wang, M. (1991). Performance of strip footing on stratified soil deposit with void. Journal of geotechnical engineering, 117(5), 753-772.

Barden, L. (1962). Distribution of contact pressure under foundations. Geotechnique, 12(3), 181-198.

Bowles, J. E., & Guo, Y. (1996). Foundation analysis and design. New York: McGraw-hill.

Brahma, P., & Mukherjee, S. (2010, December). A realistic way to obtain equivalent Young's modulus of layered soil. In Indian geotechnical conference. Bombay, India (pp. 305-308).

Briaud, J. L. (2001). Introduction to soil moduli. Geotechnical News, 19(2), 54-58.

- Briaud, J. L. (2007). Spread footings in sand: load settlement curve approach. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 133(8), 905-920.
- Brinkgreve, R. B. J., Engin, E., & Swolfs, W. M. (2013). PLAXIS 3D 2013 user manual. Plaxis bv, Delft.
- Budhu, M. (2010). *Soil mechanics and foundations*. John Wiley and Sons.
- Burland, J. B., Burbidge, M. C., Wilson, E. J., & Terzaghi. (1985). Settlement of foundations on sand and gravel. *Proceedings of the institution of Civil Engineers*, 78(6), 1325-1381.
- Burmister, D. M. (1945). The general theory of stresses and displacements in layered systems. I. *Journal of applied physics*, 16(2), 89-94
- Burmister, D. M., Palmer, L. A., Barber, E. S., & Middlebrooks, T. A. (1944). The theory of stress and displacements in layered systems and applications to the design of airport runways. In *Highway Research Board Proceedings* (Vol. 23).
- Chandrupatla, T., & Belegundu, A. (2021). *Introduction to finite elements in engineering*. Cambridge University Press.
- Chow, Y. K. (1987). Vertical deformation of rigid foundations of arbitrary shape on layered soil media. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 11(1), 1-15.
- Christian, J. T., & David Carrier III, W. (1978). Janbu, Bjerrum and Kjaernsli's chart reinterpreted. *Canadian Geotechnical Journal*, 15(1), 123-128.
- Conte, E., & Dente, G. (1993). Settlement analysis of layered soil systems by stiffness method. *Journal of geotechnical engineering*, 119(4), 780-785
- Das, B. M., & Sivakugan, N. (2018). *Principles of foundation engineering*. Cengage learning.
- Davies, T. G., & Banerjee, P. K. (1978). The displacement field due to a point load at the interface of a two layer elastic half-space. *Geotechnique*, 28(1), 43-56.
- Davis, E. H., & Poulos, H. G. (1972). Rate of settlement under two-and three dimensional conditions. *Geotechnique*, 22(1), 95-114.
- De Barros, S. T. (1966). Deflection factor charts for two-and three-layer elastic systems. *Highway Research Record*, (145).
- Dhar, A., & Tarefder, R. (2011). An approximate spreadsheet integration method for foundation settlements in two-layered medium. *International Journal of Geotechnical Engineering*, 5(4), 437-446.
- Duncan, J. M., & Buchignani, A. L. (1976). *An engineering manual for settlement studies*. University of California, Department of Civil Engineering.
- Ebid, A. M. (2021). 35 Years of (AI) in geotechnical engineering: state of the art. *Geotechnical and Geological Engineering*, 39(2), 637-690.
- Egorov, K. E., & Nichiporovich, A. A. (1961). Research on the deflection of foundations. In *Proceedings of the 5th international conference on soil mechanics and foundation engineering* (Vol. 1, pp. 861-866).
- Erzin, Y., & Gul, T. O. (2014). The use of neural networks for the prediction of the settlement of one-way footings on cohesionless soils based on standard penetration test. *Neural computing and applications*, 24, 891-900.
- Fraser, R. A., & Wardle, L. J. (1976). Numerical analysis of rectangular rafts on layered foundations. *Geotechnique*, 26(4), 613-630.
- Gazetas, G. (1980). Static and dynamic displacements of foundations on heterogeneous multilayered soils. *Geotechnique*, 30(2), 159-177.

Giustolisi O., Savic D.A. & Doglioni A. (2004) "Data Reconstruction and Forecasting by Evolutionary Poly- nomial Regression" 6th Int. Conf. on Hydroinformatics, Singapore, Liong, Phoon & Babovic (eds), World Scientific Publishing Company, vol.2, pp.1245- 1252.

Bharghav, M., Madhav, M. R., & Padmavathi, V. (2017). Estimation of deformation moduli of reinforced foundation beds from load tests. In Indian geotech conf.

Harr, M. E. (1966). Foundations of Theoretical Soil Mechanics.

Hirai, H., & Kamei, T. (2003). A method to calculate settlement, stress and allowable stress of multi-layered ground. Journal of Structural and Construction Engineering, 573, 81-88.

Hirai, H., & Kamei, T. (2004). A method to calculate settlement, stress, failure and allowable stress of multi-layered ground by equivalent thickness theory. Journal of Structural and Construction Engineering, (581), 79-86.

Janbu, N., Bjerrum, L., & Kjaernsli, B. (1956). Veiledning ved løsning av fundamenteringsoppgaver (Soil mechanics applied to some engineering problems). Norwegian Geotechnical Institute, 16.

Javadi, A. A., Faramarzi, A., Ahangar-Asr, A., & Mehravar, M. (2010, June). Finite element analysis of three dimensional shallow foundation using artificial intelligence based constitutive model. In Proceedings of the 13th International Conference on Computing in Civil and Building Engineering, Nottingham, UK (Vol. 30).

Javadi, A. A., Mehravar, M., Faramarzi, A., & Ahangar-Asr, A. (2009). An artificial intelligence based finite element method. ISAST Transactions on Computers and Intelligent Systems, 1(2), 1-7.

Jommi, C., & Novati, G. (1989). On the use of infinite elements in the analysis of two-dimensional layered elastic systems via discretized integral equations. Computers and Geotechnics, 8(4), 269-288.[7].

Lee, J. K., & Jeong, S. (2018). Immediate settlement of ring footings resting on inhomogeneous finite stratum. Applied Sciences, 8(2), 255.

Lekhnitskii, S. G., Fern, P. J. J. E. H., Brandstatter, J. J., & Dill, E. H. (1964). Theory of elasticity of an anisotropic elastic body.

Maheshwari, P., & Madhav, M. R. (2006). Analysis of a rigid footing lying on three-layered soil using the finite difference method. Geotechnical & Geological Engineering, 24, 851-869.

Pan, C. P., Tsai, H. C., & Lin, Y. H. (2013). Improving semi-empirical equations of ultimate bearing capacity of shallow foundations using soft computing polynomials. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 26(1), 478-487.

Pantelidis, L. (2019). The equivalent modulus of elasticity of layered soil mediums for designing shallow foundations with the Winkler spring hypothesis: A critical review. Engineering Structures, 201, 109452.

Pantelidis, L. (2021). The equivalent modulus of elasticity of soil mediums for designing shallow foundations. Geotechnical and Geological Engineering, 39(5), 3863-3873.

PLAXIS material models manual (2021).

Poli R., Langdon W.B. and McPhee N.F. (2008) "A field guide to genetic programming", Published via <http://lulu.com>.

Rezania, M. (2008). Evolutionary polynomial regression based constitutive modelling and incorporation in finite element analysis (Doctoral dissertation, University of Exeter).

Samui, P. (2008). Support vector machine applied to settlement of shallow foundations on cohesionless soils. Computers and Geotechnics, 35(3), 419-427.

Sasmal, S. K., & Behera, R. N. (2021). Prediction of combined static and cyclic load-induced settlement of shallow strip footing on granular soil using artificial neural network. International Journal of Geotechnical Engineering.

- Schmertmann, J. H., Hartman, J. P., & Brown, P. R. (1978). Improved strain influence factor diagrams. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 104(8), 1131-1135.
- Shahin, M. (2014). Artificial intelligence for modelling load-settlement response of axially loaded bored piles. *Numerical Methods in Geotechnical Engineering*, 491-495.
- Shahin, M. A. (2015). "Genetic Programming for Modelling of Geotechnical Engineering Systems". In *Handbook of Genetic Programming Applications* (pp. 37-57). Springer International Publishing.
- Shahin, M. A. (2015). Use of evolutionary computing for modelling some complex problems in geotechnical engineering. *Geomechanics and Geoengineering*, 10(2), 109-125.
- Shahin, M. A. (2016). State-of-the-art review of some artificial intelligence applications in pile foundations. *Geoscience Frontiers*, 7(1), 33-44.
- Shahin, M. A., Jaksa, M. B., & Maier, H. R. (2002). Artificial neural network based settlement prediction formula for shallow foundations on granular soils. *Australian Geomechanics: Journal and News of the Australian Geomechanics Society*, 37(4), 45-52.
- Shahin, M. A., Maier, H. R., & Jaksa, M. B. (2003). Settlement prediction of shallow foundations on granular soils using B-spline neurofuzzy models. *Computers and Geotechnics*, 30(8), 637-647.
- Shahnazari, H., Shahin, M. A., & Tutunchian, M. A. (2014). Evolutionary-based approaches for settlement prediction of shallow foundations on cohesionless soils. *International journal of civil engineering*, 12(1), 55-64.
- Shvets, V. B., Khalaf, K., Sal'kha, Z., & Gorlach, S. N. (2003). Experimental investigation and analysis of the settlement funnel in beds supporting different types of foundations. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 40(6), 215-219.
- Silva S. (2007) "GPLAB—A genetic programming toolbox for MATLAB". <http://gplab.sourceforge.net>.
- Sivakugan, N., Eckersley, J., & Li, H. (1998). Settlement predictions using neural networks. *Australian Civil Engineering Transactions*, 40, 49-52.
- Small, J. C., & Booker, J. R. (1984). Finite layer analysis of layered elastic materials using a flexibility approach. Part 1—strip loadings. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 20(6), 1025-1037.
- Sridharan, A., Gandhi, N. S. V. V. S. J., & Suresh, S. (1990). Stiffness coefficients of layered soil systems. *Journal of Geotechnical Engineering*, 116(4), 604-624.
- Terzaghi, K., Peck, R. B., & Mesri, G. (1996). *Soil mechanics in engineering practice*. John wiley & sons.