



Civil and Project Journal  
<http://www.cpjournals.com/>

Research Article

## Optimal Design of Truss Structures Using the Catch Fish Metaheuristic Algorithm

Babak Alinejad<sup>1\*</sup>, Hojjat Karimivand<sup>2</sup>

1\*-Assistant Professor, dept. of Engineering, University of Maragheh, Maragheh, Iran

2- Graduate M.Sc. in Structural Engineering, dept. of Engineering, University of Maragheh, Maragheh, Iran

Received: 08 May 2026; Revised: 15 May 2026; Accepted: 16 June 2026; Published: 23 July 2026

### Abstract

*Optimization of truss structures under technical constraints has always been one of the fundamental challenges in structural engineering due to the vastness of the search space and the complexity of relationships among design variables, requiring high precision in navigating computational paths. This paper introduces the application of a novel metaheuristic algorithm called Catch Fish Optimization (CFOA), inspired by the collective intelligence and strategic behavior of fishermen, offering an efficient solution to overcome the limitations of classical methods and achieve accurate answers. The core innovation of this algorithm lies in establishing a dynamic balance between exploring new regions and exploiting favorable points, which not only ensures stability but also significantly increases the convergence speed. For the first time in solving optimization problems of truss structures the performance evaluation of CFOA has been conducted on reference models of 10-member, 18-member 2D, and 25-member spatial trusses. Specifically, this algorithm has succeeded in improving the structural weight in the aforementioned models by 0.0004%, 1.35%, and 0.00046%, respectively, compared to the best previous results. Although these improvements appear small in some cases, they are of great importance in structural optimization problems with very tight tolerances. Ultimately, this algorithm has proven its high capability in finding the most economical and stable engineering solutions in complex problems as a powerful and reliable tool.*

**Keywords:** Optimization, Catch Fish Algorithm, Metaheuristic Algorithms, Optimal Truss Design, Convergence Rate

**Cite this article as** Alinejad,B and Karimivand,H . (2026). Optimal design of truss structures using the catch fish metaheuristic algorithm. (e245740). Civil and Project, 8(5), e245740 doi:<https://doi.org/10.22034/cpj.2026.585599.1447>

**ISSN:** 2676-511X / **Copyright:** © 2026 by the authors.

**Open Access:** This article is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License, which permits use, sharing, adaptation, distribution and reproduction in any medium or format, as long as you give appropriate credit to the original author(s) and the source, provide a link to the Creative Commons licence, and indicate if changes were made. The images or other third party material in this article are included in the article's Creative Commons licence, unless indicated otherwise in a credit line to the material. If material is not included in the article's Creative Commons licence and your intended use is not permitted by statutory regulation or exceeds the permitted use, you will need to obtain permission directly from the copyright holder. To view a copy of this licence, visit <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

**Journal's Note:** CPJ remains neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.



## نشریه عمران و پروژه

<http://www.cpjournals.com/>

### طراحی بهینه سازه‌های خرابایی با استفاده از الگوریتم فراکاوشی صید ماهی

بابک علی‌نژاد\*، حجت کریمی‌وند

\*- استادیار گروه مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه مراغه، مراغه، ایران.

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی عمران - گرایش سازه، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه مراغه، مراغه، ایران.

تاریخ دریافت: ۱۸ اردیبهشت ۱۴۰۵؛ تاریخ بازنگری: ۲۵ اردیبهشت ۱۴۰۵؛ تاریخ پذیرش: ۲۶ خرداد ۱۴۰۵؛ تاریخ انتشار آنلاین: ۰۱ مرداد ۱۴۰۵

#### چکیده

بهینه‌سازی وزن سازه‌های خرابایی تحت قیود فنی، به دلیل وسعت فضای جست‌وجو و پیچیدگی روابط میان متغیرهای طراحی، همواره یکی از چالش‌های بنیادین در مهندسی سازه به‌شمار می‌رود که نیازمند دقت بالا در پیمایش مسیرهای محاسباتی است. این مقاله با معرفی کاربرد الگوریتم فراابتکاری جدیدی تحت عنوان بهینه‌سازی به روش صید ماهی (CFOA) که از هوش جمعی و رفتار استراتژیک صیادان الهام گرفته شده، راهکاری کارآمد برای عبور از محدودیت‌های روش‌های کلاسیک و دستیابی به پاسخ‌های دقیق ارائه می‌دهد. نوآوری محوری این الگوریتم در برقراری تعادلی پویا میان اکتشاف نواحی جدید و بهره‌برداری از نقاط مطلوب است که ضمن تضمین پایداری، سرعت همگرایی را به‌طور محسوسی افزایش می‌دهد. برای نخستین بار در حل مسائل بهینه‌سازی سازه‌های خرابایی ارزیابی عملکرد CFOA بر روی مدل‌های مرجع ۱۰، ۱۸ عضوی دوبعدی و ۲۵ عضوی فضایی انجام گرفته شده است. به طور مشخص، این الگوریتم موفق شده است وزن سازه را در مدل‌های مذکور به ترتیب ۰.۰۰۰۴٪، ۱.۳۵٪ و ۰.۰۰۰۴۶٪ نسبت به بهترین نتایج پیشین بهبود بخشد. این بهبودها، هرچند در برخی موارد کوچک به نظر می‌رسند، در مسائل بهینه‌سازی سازه با تلورانس‌های بسیار محدود، حائز اهمیت فراوان هستند. در نهایت، این الگوریتم به عنوان ابزاری قدرتمند و مطمئن، توانایی بالای خود را در یافتن اقتصادی‌ترین و پایدارترین پاسخ‌های مهندسی در مسائل پیچیده به اثبات رسانده است.

کلیدواژه‌ها: بهینه‌سازی، الگوریتم صید ماهی، الگوریتم‌های فراابتکاری، طراحی بهینه خرابا، نرخ همگرایی.

\* پست الکترونیک نویسنده مسئول: [alinejad@maragheh.ac.ir](mailto:alinejad@maragheh.ac.ir)

## ۱- مقدمه

در مهندسی سازه نوین، طراحی دیگر تنها به پایداری محدود نمی‌شود، بلکه هدف اصلی دستیابی به طرحی است که در عین رعایت حداکثری ایمنی، کمترین هزینه و وزن مصالح را به همراه داشته باشد. سازه‌های خرابایی به دلیل ویژگی‌های منحصر به فردی چون وزن مرده پایین و صلبیت بالا، در پروژه‌هایی نظیر پل‌ها، دکل‌های انتقال نیرو و سقف‌های فضاکار نقشی کلیدی ایفا می‌کنند. با این حال، بهینه‌سازی این سازه‌ها به دلیل وجود متغیرهای گسسته، مانند مقاطع موجود در بازار، و قیود پیچیده نظیر تنش مجاز، جابه‌جایی گره‌ها و پایداری اعضا، به مسئله‌ای غیرخطی و دشوار تبدیل شده است که فضای جست‌وجوی بسیار بزرگی را پیش روی مهندسان قرار می‌دهد (انتونی و بیونز، ۲۰۱۶). روش‌های سنتی و ریاضیاتی کلاسیک که بر مبنای محاسبات گرادیان عمل می‌کنند، با وجود دقت در مسائل ساده، در مواجهه با سازه‌های پیچیده و بزرگ مقیاس دچار چالش می‌شوند. این روش‌ها به شدت به نقطه شروع وابسته‌اند و غالباً در نقاط بهینه محلی گرفتار شده یا به دلیل عدم مشتق‌پذیری برخی توابع هدف، از یافتن پاسخ نهایی باز می‌مانند. همین محدودیت‌ها موجب شد تا در دهه‌های اخیر، پژوهشگران به سمت استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری متمایل شوند. این روش‌های هوشمند که از پدیده‌های زیستی و فیزیکی الهام گرفته‌اند، بدون نیاز به مشتق‌گیری و با تکیه بر مکانیزم‌های جست‌وجوی تصادفی، فضاهای پیچیده را با انعطاف بالایی پیمایش می‌کنند (کاوه و طلعت اهری، ۲۰۱۰). الگوریتم‌هایی نظیر ژنتیک، ازدحام ذرات و کلونی مورچگان از جمله پیشگامانی بودند که توانستند با شبیه‌سازی فرآیندهای تکاملی یا رفتارهای جمعی، به پاسخ‌های پذیرفتنی در طراحی خراباها دست یابند. با این وجود، یکی از چالش‌های بنیادین در تمامی الگوریتم‌های فراابتکاری، ایجاد تعادل میان دو مفهوم «اکتشاف» و «بهره‌برداری» است. ناتوانی در برقراری این تعادل معمولاً منجر به همگرایی زود هنگام یا کاهش دقت در یافتن بهترین نقطه ممکن می‌شود (یانگ، ۲۰۱۴). در این تحقیق، الگوریتم بهینه‌سازی صید ماهی به عنوان راهکاری نوین، با الگوبرداری از رفتار استراتژیک ماهی‌ها و صیادان در اقیانوس، مکانیزمی را ارائه می‌دهد که در آن هر واحد جست‌وجوگر با تحلیل محیط و بهره‌گیری از حافظه جمعی، به سمت مناطق پر بار حرکت می‌کند. ویژگی متمایز این روش، توانایی تطبیقی آن در تنظیم نرخ جست‌وجو است که اجازه می‌دهد در مراحل آغازین فضای وسیعی کاوش شده و در مراحل پایانی، بر روی دقیق‌سازی پاسخ تمرکز شود. روش‌های مبتنی بر گرادیان مانند SQP به دلیل غیرمحدب بودن فضای طراحی و وجود متغیرهای گسسته، اغلب در بهینه‌های محلی گرفتار می‌شوند (Arora, 2017). الگوریتم‌های ژنتیک (GA) و ازدحام ذرات (PSO) با وجود موفقیت، از همگرایی زود هنگام و وابستگی شدید به پارامترهای اولیه رنج می‌برند. در فرآیند بهینه‌سازی سازه با این رویکرد، هر طرح احتمالی به صورت یک ماهی در فضای مسئله تعریف می‌شود که موقعیت آن را سطح مقطع اعضا و هندسه سازه تعیین می‌کند. پس از هر مرحله حرکت، تحلیل‌های سازه‌ای دقیق انجام شده و با استفاده از توابع جریمه، طرح‌هایی که قیود آیین‌نامه‌ای را نقض کرده‌اند از چرخه تکامل خارج می‌شوند. بیشتر الگوریتم‌های فراابتکاری موجود، تعادل بین اکتشاف و بهره‌برداری را از طریق توابع خطی یا ثابت و مستقل از تاریخچه جست‌جو برقرار می‌کنند. این ضعف در مسائل با ابعاد متوسط (۱۸ عضوی) یا قیود نامتقارن (تغییر مکان نامتقارن در خراباهای فضایی) باعث کاهش کارایی می‌شود. الگوریتم CFOA با بهره‌گیری از حافظه جمعی و نرخ موفقیت صید، این تعادل را به صورت پویا تنظیم می‌کند و شکاف مذکور را پر می‌نماید. ارزیابی‌های انجام شده بر روی خراباهای استاندارد مانند مدل‌های ۱۰، ۱۸ و ۲۵ عضوی نشان می‌دهد که این الگوریتم با صرف منابع محاسباتی کمتر، نتایج بسیار مطلوب‌تری در کاهش وزن سازه نسبت به روش‌های پیشین ارائه می‌دهد. در نهایت، بهره‌گیری از چنین سیستم‌های هوشمندی نه تنها پایداری و همگرایی پاسخ‌ها را تضمین می‌کند، بلکه مسیری روشن برای طراحی سازه‌هایی اقتصادی‌تر، سبک‌تر و با ضریب اطمینان بالاتر در مهندسی عمران فراهم می‌سازد.

## ۲- مبانی نظری

مسئله بهینه‌سازی سازه‌های خرپایی از جمله مسائل پیچیده، غیرخطی و غالباً دارای فضای جستجوی بزرگ است. وجود متغیرهای طراحی گسسته و پیوسته، تعداد زیاد قیود و رفتار غیرمحدب تابع هدف موجب می‌شود که استفاده از روش‌های قطعی و کلاسیک در بسیاری از موارد با محدودیت همراه باشد. روش‌های سنتی نظیر برنامه‌ریزی ریاضی، روش‌های مبتنی بر گرایان و بهینه‌سازی کلاسیک، اگرچه در مسائل ساده و هموار عملکرد قابل قبولی دارند، اما در مسائل واقعی خرپاها به دلیل حساسیت به نقطه شروع، احتمال گرفتار شدن در بهینه‌های محلی و نیاز به مشتقات دقیق، کارایی محدودی از خود نشان می‌دهند. از این‌رو، در چند دهه اخیر توجه پژوهشگران به استفاده از روش‌های فراابتکاری (فراکاوشی) برای حل مسائل بهینه‌سازی سازه‌ای معطوف شده است. (Arora, 2017)

در ادبیات پژوهش، الگوریتم ژنتیک یکی از نخستین و مهم‌ترین روش‌های فراابتکاری مورد استفاده در بهینه‌سازی سازه‌ها به شمار می‌رود. پژوهش‌های Rajeev و Krishnamoorthy (1992) از جمله مطالعات اولیه‌ای بودند که کاربرد الگوریتم ژنتیک را در طراحی بهینه خرپاهای فولادی نشان دادند. نتایج این مطالعات بیانگر آن بود که روش‌های تکاملی می‌توانند بدون وابستگی به ساختار ریاضی پیچیده مسئله، به پاسخ‌های مناسب و قابل قبولی دست یابند (Bazaraa & Shetty, 2006). پس از آن، Goldberg (1996) نقش مهمی در توسعه کاربرد الگوریتم‌های تکاملی در مسائل سازه‌ای ایفا کرد و زمینه را برای گسترش روش‌های هوشمند در طراحی سازه فراهم نمود (Rao & Savsani, 2012). در ادامه، بهینه‌سازی ازدحام ذرات به عنوان یکی از روش‌های موفق مبتنی بر هوش جمعی مورد توجه گسترده قرار گرفت. پژوهشگرانی نظیر Kaveh و همکاران (۲۰۱۲) نقش مهمی در توسعه و کاربرد این الگوریتم در بهینه‌سازی خرپاهای دوبعدی و سه‌بعدی داشته‌اند. نتایج مطالعات آنان نشان داد که الگوریتم ازدحام ذرات به دلیل ساختار ساده، سرعت همگرایی مناسب و قابلیت پیاده‌سازی آسان، یکی از ابزارهای کارآمد برای حل مسائل بهینه‌سازی سازه‌ای است (Hibbler, 2017). همچنین، Perez و Behdinan (2007) توانایی این الگوریتم را در کاهش وزن سازه و تأمین قیود طراحی در مسائل خرپایی مورد بررسی قرار دادند. علاوه بر الگوریتم ژنتیک و ازدحام ذرات روش‌های فراابتکاری دیگری نظیر الگوریتم کلونی مورچگان، جستجوی هارمونی، تکامل تفاضلی و الگوریتم زنبور عسل نیز در تحقیقات مختلف برای بهینه‌سازی سازه‌های خرپایی به کار گرفته شده‌اند (Dorigo (1996). Alatas, 2005). به عنوان یکی از بنیان‌گذاران الگوریتم مورچگان، الهام‌بخش توسعه روش‌های مسیریابی و جستجوی جمعی بود که بعدها در مسائل سازه‌ای نیز استفاده شد. همچنین Geem (2001) با معرفی الگوریتم جستجوی هارمونی، رویکردی متفاوت بر پایه بداهه‌نوازی موسیقایی ارائه کرد که در تعدادی از مسائل بهینه‌سازی سازه‌ای نتایج مطلوبی داشت. در حوزه تکامل تفاضلی، Storn و Price (1997) از پیشگامان اصلی این روش محسوب می‌شوند و الگوریتم آنان به دلیل قدرت بالا در جستجوی سراسری، عملکرد خوبی در مسائل طراحی خرپا نشان داده است (Storn & Price, 1997). بیشتر الگوریتم‌های فراابتکاری موجود، تعادل بین اکتشاف و بهره‌برداری را از طریق توابع خطی یا ثابت و مستقل از تاریخچه جستجو برقرار می‌کنند. این ضعف در مسائل با ابعاد متوسط (۱۸ عضو) یا قیود نامتقارن (تغییر مکان نامتقارن در خرپاهای فضایی) باعث کاهش کارایی می‌شود. الگوریتم CFOA با بهره‌گیری از حافظه جمعی و نرخ موفقیت صید، این تعادل را به صورت پویا تنظیم می‌کند و شکاف مذکور را بر می‌نماید.

### ۳-روش تحقیق

در این پژوهش به منظور بهینه‌سازی سازه‌های خریایی، رویکردی محاسباتی مبتنی بر الگوریتم‌های فراابتکاری به کار گرفته شده است. هدف اصلی، کمینه‌سازی وزن کل سازه تحت قیود تنش و جابجایی بوده است به‌گونه‌ای که تمامی محدودیت‌های آیین‌نامه‌ای و عملکردی ارضا شوند. برای این منظور، مسئله بهینه‌سازی به صورت یک مدل ریاضی شامل تابع هدف، متغیرهای طراحی و قیود تعریف شده است؛ به طوری که تابع هدف بیانگر وزن کل خرپا، متغیرهای طراحی شامل سطح مقطع اعضا، و

قیود شامل محدودیت‌های تنش محوری اعضا و جابجایی گره‌ها می‌باشند. با توجه به ماهیت غیرخطی و پیچیده مسائل بهینه‌سازی سازه‌ای و وجود بهینه‌های محلی متعدد، استفاده از روش‌های کلاسیک کارایی محدودی دارد، از این‌رو در این تحقیق از الگوریتم فراابتکاری صید ماهی (CFOA) استفاده شده است. این الگوریتم با الهام از رفتار ماهی‌گیران در فرآیند صید ماهی طراحی شده و در آن هر ماهی‌گیر نمایانگر یک جواب بالقوه در فضای جستجو است. فرآیند جستجو شامل دو مرحله اکتشاف و بهره‌برداری است؛ در مرحله اکتشاف، الگوریتم با جستجوی مستقل و گروهی به بررسی گسترده فضای طراحی می‌پردازد و نواحی امیدبخش را شناسایی می‌کند، و در مرحله بهره‌برداری با تمرکز بر بهترین جواب‌های به‌دست‌آمده، جمعیت را به سمت پاسخ بهینه هدایت می‌کند (Jia et al., 2022). برای پیاده‌سازی این روش، یک برنامه در محیط MATLAB توسعه داده شده است که تحلیل سازه را با استفاده از روش اجزای محدود انجام می‌دهد؛ بدین صورت که ابتدا اطلاعات هندسی، مشخصات مصالح، شرایط مرزی و بارگذاری دریافت شده، سپس ماتریس سختی کل سازه تشکیل و با اعمال شرایط مرزی، جابجایی گره‌ها محاسبه می‌شود و در ادامه تنش اعضا و وزن کل سازه تعیین می‌گردد. پس از ارزیابی تابع هدف و بررسی قیود، در صورت نقض محدودیت‌ها از رویکرد جریمه استفاده شده و مقادیر متغیرهای طراحی توسط الگوریتم CFOA به‌روزرسانی می‌شوند. این فرآیند به صورت تکراری ادامه می‌یابد تا زمانی که تغییرات وزن سازه در تکرارهای متوالی به مقدار ناچیزی برسد یا معیار توقف تعیین‌شده ارضا گردد. نتایج حاصل از اجرای الگوریتم بر روی سازه‌های خرابایی نمونه نشان می‌دهد که روش پیشنهادی قادر است با حفظ قیود تنش و جابجایی، طرح‌هایی با وزن کمتر و کارایی بالاتر ارائه دهد، که بیانگر توانمندی الگوریتم صید ماهی در حل مسائل بهینه‌سازی سازه‌ای با فضای جستجوی گسترده و پیچیده است.

در بهینه‌سازی سازه‌ها به دلیل وجود قیده‌های متعددی نظیر حداکثر تنش‌ها و تغییرشکل‌ها در اعضا و همچنین میزان مصالح مصرفی غالباً با مسائل مقید سروکار داریم. هنگامی که موقعیت اعضای سازه‌های خرابایی شکل از قبل تعیین شده باشد، سطح مقطع اعضا بیشترین تاثیر را روی وزن و هزینه اجرا دارد (Clerc, 2006). لذا برای کمینه‌سازی وزن خرپا تحت قیود تنش و تغییر مکان می‌توان مسئله بهینه‌سازی را به صورت زیر نوشت:

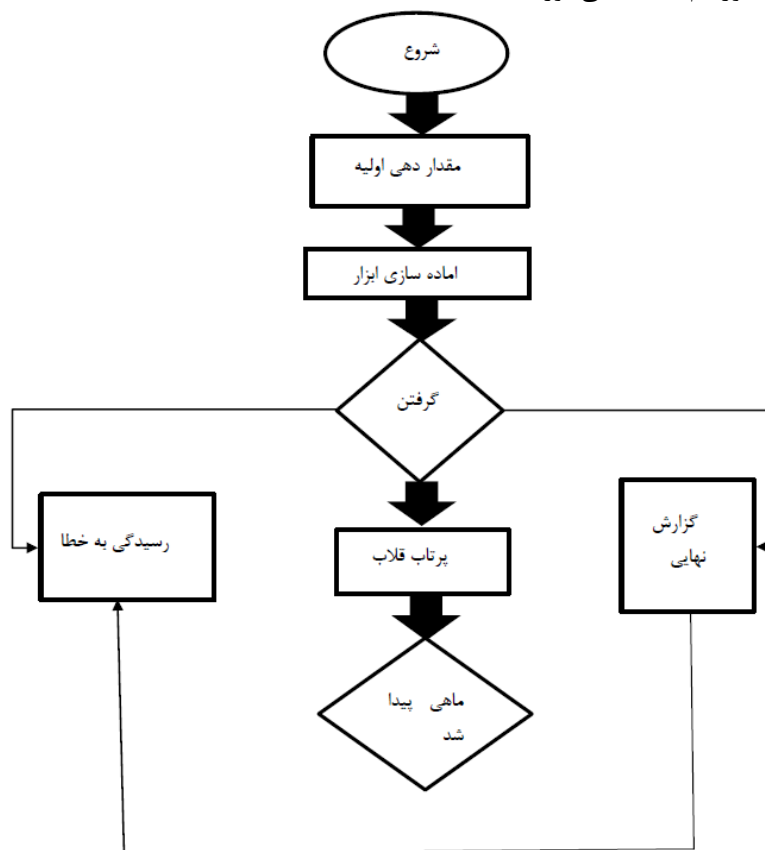
$$\begin{aligned} & \text{minimize } F=W(x)=\sum y_i.A_i n_i=1..L_i \\ & \text{subject to: } \sigma_{\min} \leq \sigma_i \leq \sigma_{\max} \quad i=1,2,\dots \\ & \delta_{\min} \leq \delta_i \leq \delta_{\max} \quad i=1,2,\dots,m \\ & A_{\min} \leq A_i \leq A_{\max} \quad i=1,2,\dots,n \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن  $W$  وزن خرپا،  $n$  تعداد اعضای که خرپا را تشکیل می‌دهند،  $\gamma$  چگالی ماده تشکیل‌دهنده اعضا،  $L_i$  طول عضو  $i$ ،  $A_i$  سطح مقطع عضو  $i$  و  $m$  تعداد گره‌ها می‌باشد. پارامترهای تنظیم الگوریتم CFOA که در حل مثالهای این تحقیق مورد استفاده قرار گرفته‌اند در جدول (۱) قابل مشاهده است.

جدول ۱: پارامترهای تنظیم الگوریتم CFOA

| توضیح                                                                      | مقدار                | پارامتر                              |
|----------------------------------------------------------------------------|----------------------|--------------------------------------|
| تعداد عوامل جست‌وجو (ماهی‌گیران)                                           | ۵۰                   | اندازه جمعیت (N)                     |
| شرط توقف اصلی                                                              | ۵۰۰                  | حداکثر تکرار (MaxIter)               |
| وزن حرکت تصادفی در مراحل آغازین                                            | ۹۰                   | ضریب اکتشاف اولیه ( $\alpha_0$ )     |
| وزن حرکت به سمت بهترین جواب در مراحل پایانی                                | ۱۰                   | ضریب بهره‌برداری نهایی ( $\beta_e$ ) |
| $\alpha(t) = \alpha_0 - (\alpha_0 - \beta_e) \times (t / \text{MaxIter})$  | خطی                  | قانون کاهش $\alpha$                  |
| تعداد برترین جواب‌های ذخیره‌شده                                            | ۱۰                   | حجم حافظه جمعی (M)                   |
| نقض $\varepsilon = 1 \times 10^{-4}$ ، $P = 1 + (\sum / \varepsilon)^2$ با | دینامیک              | تابع جریمه                           |
| بدون تغییر وزن در ۵۰ تکرار متوالی                                          | $\Delta W < 10^{-6}$ | معیار توقف تکمیلی                    |

در شکل ۱ نیز فلوچارت الگوریتم صید ماهی آورده شده است.

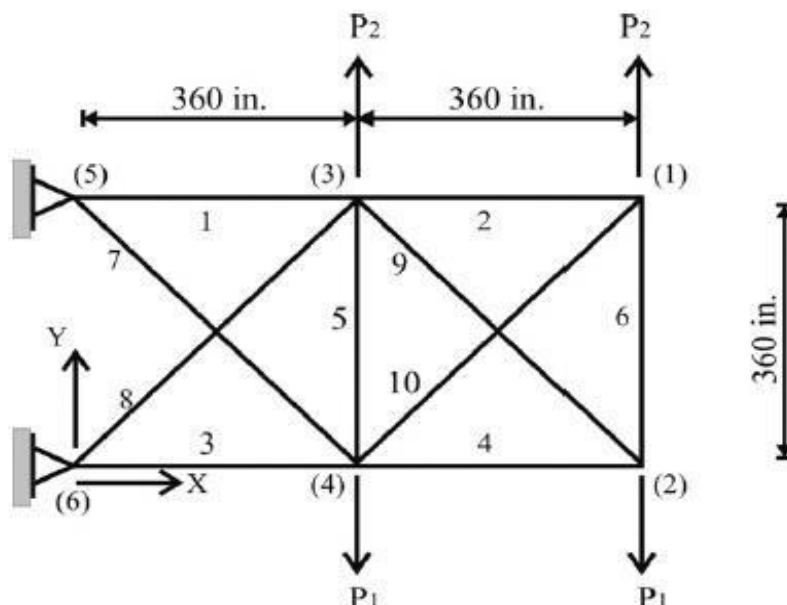


شکل ۱: فلوچارت الگوریتم صید ماهی (Jia et al., ۲۰۲۲).

#### ۴-مثال‌های عددی

در این بخش، به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم‌های پیشنهادی، سه مسئله معیار شامل خرابای دوبعدی ۱۰ عضوی، خرابای دوبعدی ۱۸ عضوی و خرابای فضایی ۲۵ عضوی مورد تحلیل و بهینه‌سازی قرار گرفته‌اند. انتخاب این سازه‌ها به دلیل استفاده گسترده آن‌ها در پژوهش‌های پیشین است تا امکان مقایسه نتایج حاصل با نتایج سایر محققان فراهم شود. تمامی تحلیل‌ها و محاسبات در محیط نرم‌افزار MATLAB و بر اساس روش اجزای محدود انجام شده است. در فرآیند بهینه‌سازی، هدف کمینه‌سازی وزن سازه با رعایت قیود تنش و جابجایی بوده و نتایج نهایی شامل مقادیر بهینه متغیرهای طراحی و وزن سازه با مطالعات پیشین مقایسه و ارزیابی شده است.

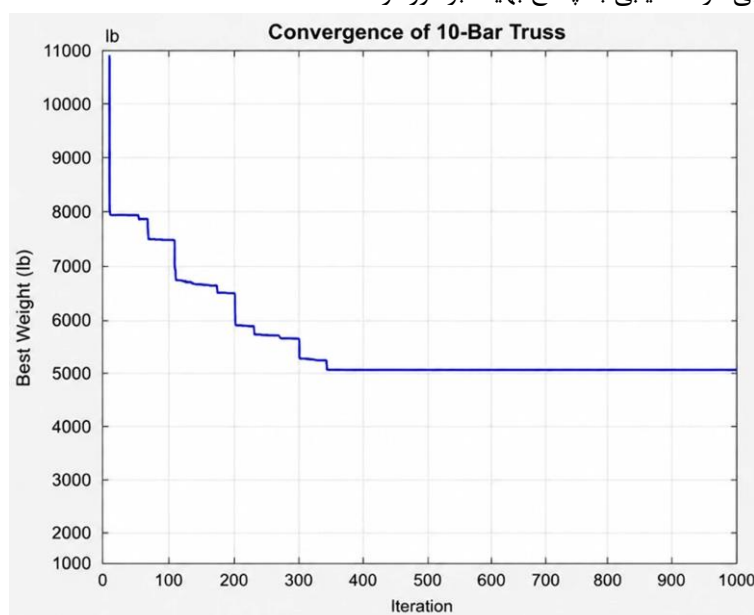
مثال ۱: به عنوان اولین مثال، طراحی سازه‌ی یک خرابای ۱۰ عضوی با هدف کمینه‌سازی وزن تحت قیود تنش و تغییر مکان انجام گرفته است. شکل ۲ هندسه و شرایط تکیه‌گاهی را نشان می‌دهد.



شکل ۲: خرابای ۱۰ عضوی دو بعدی (Rao & Savsani, ۲۰۱۹)

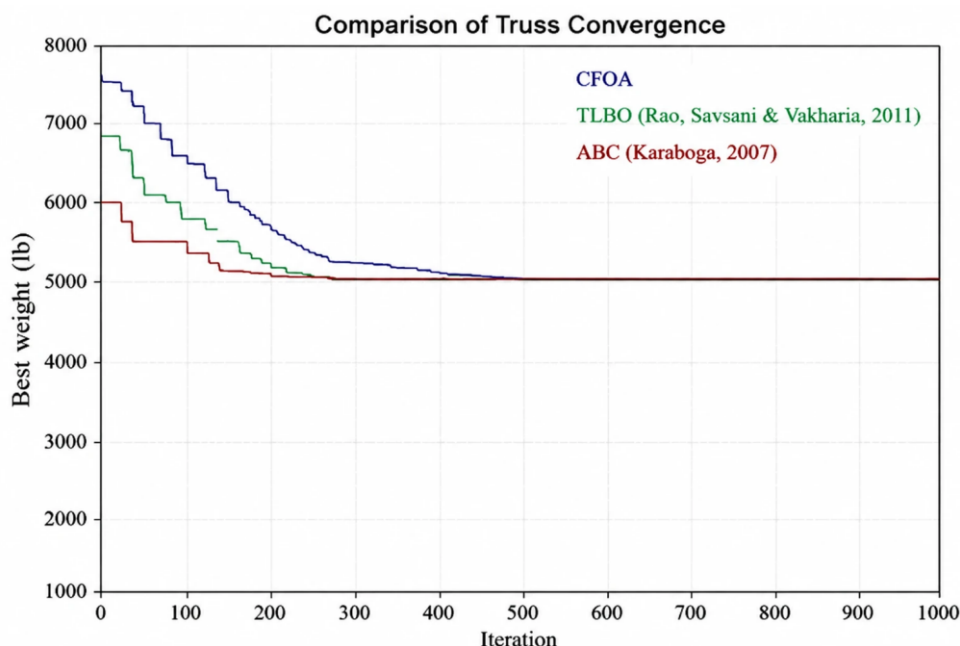
مشخصات طراحی بدین صورت می باشد که اندازه اعضای خرپا در محدوده  $A_{min}=1.62\text{in}^2$  ,  $A_{max}=33.5\text{in}^2$  و سایر موارد به ترتیب  $\rho=0.1\text{ lb/in}^3$  ,  $F_{all}=\pm 25\text{ ksi}$  ,  $U_{max}=\pm 2\text{ in}$  می باشند. که در این روابط  $E$  چگالی مصالح،  $\rho$  ضریب الاستیک مصالح حداکثر تنش مجاز در هر عضو خرپا،  $U_{max}$  حداکثر تغییر شکل هر گره خرپا و  $A_{min}$  حداقل سطح مقطع در نظر گرفته شده است. این سازه خرابایی را با حالت بارگذاری مورد بررسی قرار داده شده که در حالت اول  $p_1 = 100\text{ kips}$  و  $p_2 = 0$  می باشد.

شکل ۳ روند همگرایی الگوریتم را در فرآیند بهینه سازی نشان می دهد. مطابق با نتایج، کمینه وزن حاصل برابر با ۵۰۶۰٫۰۸ پوند است که نسبت به مقادیر مرجع بهبود قابل توجهی نشان می دهد. با توجه به تثبیت مقدار تابع هدف در تکرار ۳۴۷، الگوریتم از همگرایی و سرعت مناسبی در دستیابی به پاسخ بهینه برخوردار است.



شکل ۳: نمودار همگرایی خرابای ۱۰ عضوی دوبعدی

شکل ۴ مقایسه‌ای از عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی صید ماهی با سایر الگوریتم‌های مرجع در حل مسئله بهینه‌سازی وزن خرپای ۱۰ عضوی است، که در شکل زیر نشان داده شده است. این نمودار روند کاهش وزن خرپا را در طول تکرارهای مختلف هر الگوریتم به تصویر می‌کشد و نرخ رسیدن به پاسخ بهینه را به صورت مقایسه‌ای نشان می‌دهد.



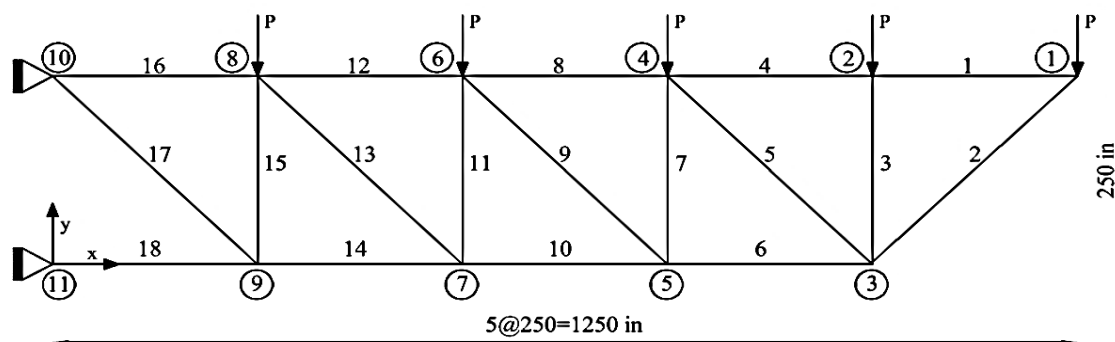
شکل ۴: مقایسه نمودار همگرایی خرپای ۱۰ عضوی دوبعدی با سه الگوریتم مختلف

جدول ۱ نتایج بهینه‌سازی وزن خرپای ده عضوی با استفاده از الگوریتم صید ماهی را همراه با مقایسه آن با نتایج سایر محققان ارائه می‌کند. در این جدول، وزن بهینه ۵۰۶۰۰۰۸ پوند به عنوان معیار اصلی عملکرد در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد این الگوریتم در مقایسه با مقادیر مرجع، کاهش وزن مطلوبی حاصل کرده و از کارایی مناسبی در بهینه‌سازی سازه‌های خرپایی برخوردار است.

جدول ۲: مقایسه نتایج طراحی بهینه‌سازی خرپای ۱۰ عضوی دوبعدی

| Variables<br>(in <sup>2</sup> ) | HS (2009)<br>Lee & Geem | CSS(2010)<br>Kaveh &<br>Talatahari | TLBO(2011)<br>Rao & Savansi | ABC(2005)<br>Karabiga | CFOA    |
|---------------------------------|-------------------------|------------------------------------|-----------------------------|-----------------------|---------|
| A <sub>1</sub>                  | 30.13                   | 30.67                              | 30.15                       | 30.54                 | 30.62   |
| A <sub>2</sub>                  | 0.1                     | 0.1                                | 0.1                         | 0.1                   | 0.1     |
| A <sub>3</sub>                  | 23.27                   | 23.29                              | 23.87                       | 23.54                 | 23.56   |
| A <sub>4</sub>                  | 15.28                   | 15.29                              | 15.27                       | 15.28                 | 15.24   |
| A <sub>5</sub>                  | 0.1                     | 0.1                                | 0.1                         | 0.1                   | 0.1     |
| A <sub>6</sub>                  | 0.54                    | 0.55                               | 0.54                        | 0.53                  | 0.56    |
| A <sub>7</sub>                  | 7.46                    | 7.29                               | 7.24                        | 7.29                  | 7.44    |
| A <sub>8</sub>                  | 21.19                   | 22.10                              | 21.54                       | 21.36                 | 21.25   |
| A <sub>9</sub>                  | 21.46                   | 21.65                              | 21.45                       | 21.46                 | 21.52   |
| A <sub>10</sub>                 | 0.1                     | 0.1                                | 0.1                         | 0.1                   | 0.1     |
| Weight<br>(lb)                  | 5061.88                 | 5060.78                            | 5060.12                     | 5060.10               | 5060.08 |
| Convergence<br>Iterations       | 389                     | 361                                | 310                         | 270                   | 347     |

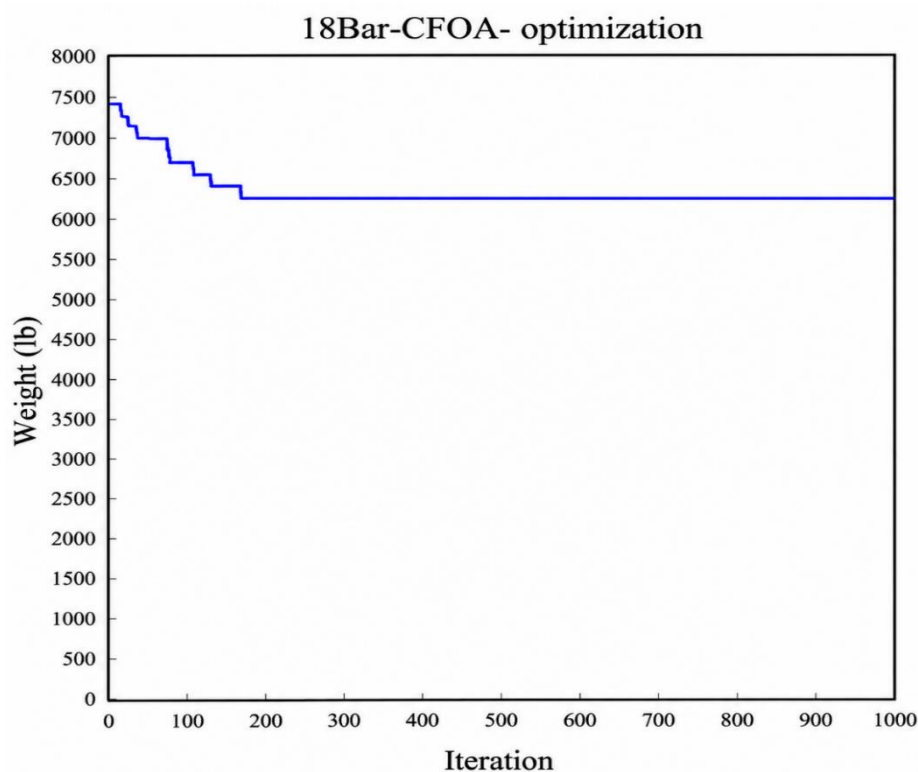
مثال ۲: به عنوان دومین مثال، طراحی سازه‌ی یک خرپای ۱۸ عضوی با هدف کمینه سازی وزن تحت قیود تنش و تغییرمکان انجام گرفته است. شکل ۵ هندسه و شرایط تکیه‌گاهی را برای این خرپای دوبعدی با بارهای وارده را نشان می‌دهد.



شکل ۵: خرپای ۱۸ عضوی دوبعدی (Rao & Savsani, ۲۰۱۹)

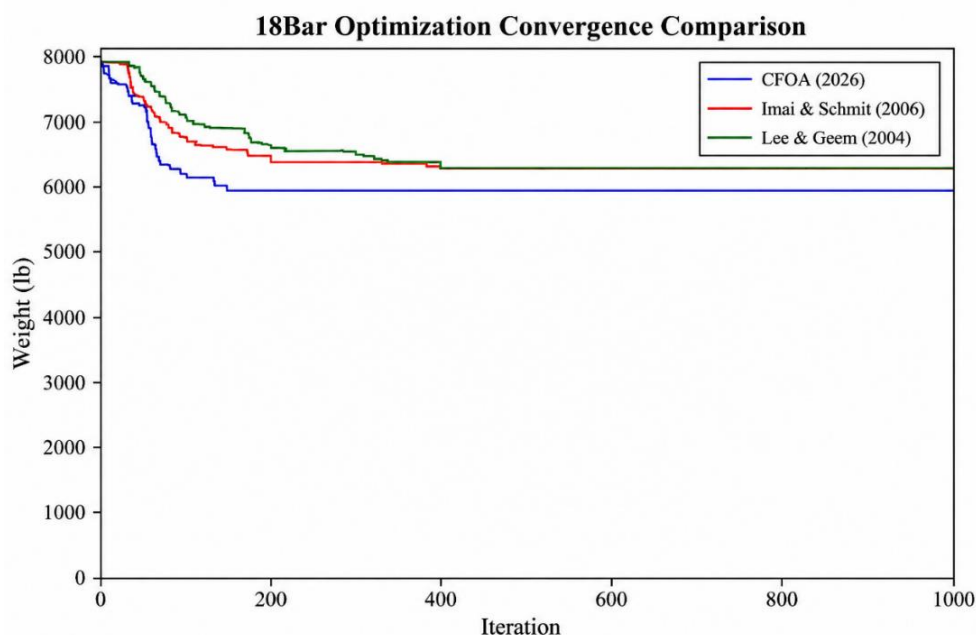
مشخصات طراحی بدین صورت می باشد که اندازه اعضای خرپا در محدوده‌ی  $A_{min}=2\text{in}^2$  ,  $A_{max}=21.75\text{in}^2$  و سایر موارد به ترتیب  $F_{all}$  حداکثر تنش مجاز در هر عضو خرپا،  $U_{max}$  حداکثر تغییرشکل هر گره خرپا و  $A_{min}$  حداقل سطح مقطع در نظر گرفته شده برای اعضای خرپا می‌باشد. این سازه خرابایی با حالت بارگذاری مورد بررسی قرار داده شده که در حالت اول  $p_1 = -20 \text{ kips}$  و  $p_2 = 0$  می‌باشد.

شکل ۶ روند همگرایی الگوریتم را در فرآیند بهینه‌سازی نشان می‌دهد. مطابق با نتایج، کمینه وزن حاصل برابر با ۶۳۳۵٫۲۱۵ پوند است که نسبت به مقادیر مرجع بهبود محسوسی را نشان می‌دهد. با توجه به تثبیت مقدار تابع هدف در تکرار ۱۶۳، الگوریتم از نرخ همگرایی مناسبی در دستیابی به پاسخ بهینه برخوردار است.



شکل ۶: نمودار همگرایی خرپای ۱۸ عضوی دو بعدی

شکل ۷ مقایسه‌ای از عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی صید ماهی با سایر الگوریتم‌های مرجع در حل مسئله بهینه‌سازی وزن خرپای ۱۸ عضوی است، که در شکل زیر نشان داده شده است. این نمودار روند کاهش وزن خرپا را در طول تکرارهای مختلف هر الگوریتم به تصویر می‌کشد و سرعت رسیدن به پاسخ بهینه را نشان می‌دهد.



شکل ۷: مقایسه نمودار همگرایی بهینه‌سازی اندازه خرپای ۱۸ عضوی دوبعدی

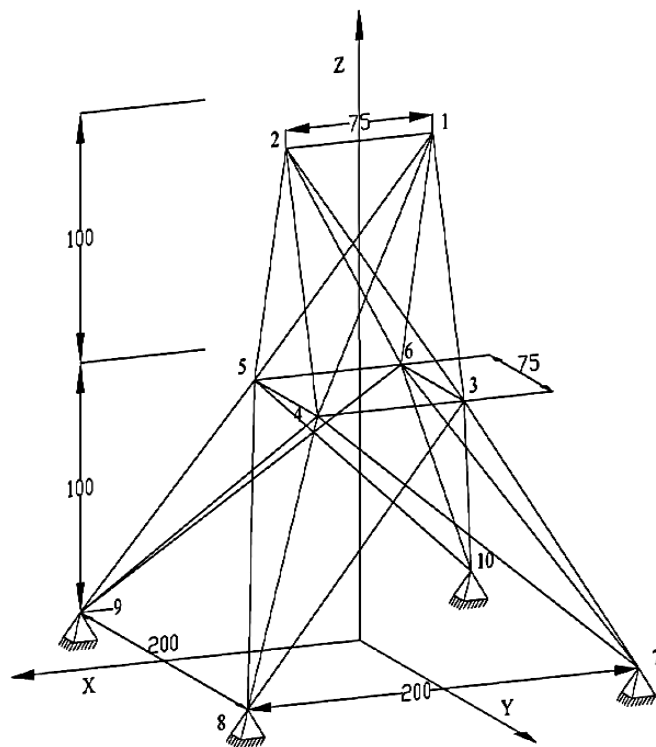
جدول ۲ نتایج بهینه‌سازی وزن خرپای هجده عضوی با استفاده از الگوریتم صید ماهی را همراه با مقایسه آن با نتایج سایر محققان ارائه می‌کند. در این جدول، وزن بهینه ۶۳۳۵٫۲۱۵ پوند به‌عنوان معیار اصلی عملکرد در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد این الگوریتم در مقایسه با مقادیر مرجع، کاهش وزن مطلوبی حاصل کرده و کارایی مناسبی در بهینه‌سازی سازه‌های خرپایی از خود نشان داده است.

جدول ۳: مقایسه نتایج طراحی بهینه‌سازی خرپای ۱۸ عضوی دوبعدی

| Variables<br>(in <sup>2</sup> ) | Imai, H., &<br>Schmit, L. A.<br>(1970). | Lee, K. S., &<br>Geem, Z. W.<br>(2004). | Saka (GA)<br>(1990) | Erbatur et al.<br>(2000) | CFOA     |
|---------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|---------------------|--------------------------|----------|
| A <sub>1</sub> -A <sub>16</sub> | 9.998                                   | 9.980                                   | 9.978               | 9.975                    | 9.917    |
| A <sub>2</sub> -A <sub>18</sub> | 21.650                                  | 21.630                                  | 21.521              | 21.478                   | 21.347   |
| A <sub>3</sub> -A <sub>15</sub> | 12.500                                  | 12.490                                  | 12.347              | 12.698                   | 12.612   |
| A <sub>5</sub> -A <sub>17</sub> | 7.072                                   | 7.057                                   | 7.025               | 7.072                    | 7.014    |
| Weight (lb)                     | 6430.000                                | 6421.880                                | 6430.357            | 6428.515                 | 6335.215 |
| Iterations                      | 200                                     | 350                                     | 443                 | 340                      | 163      |

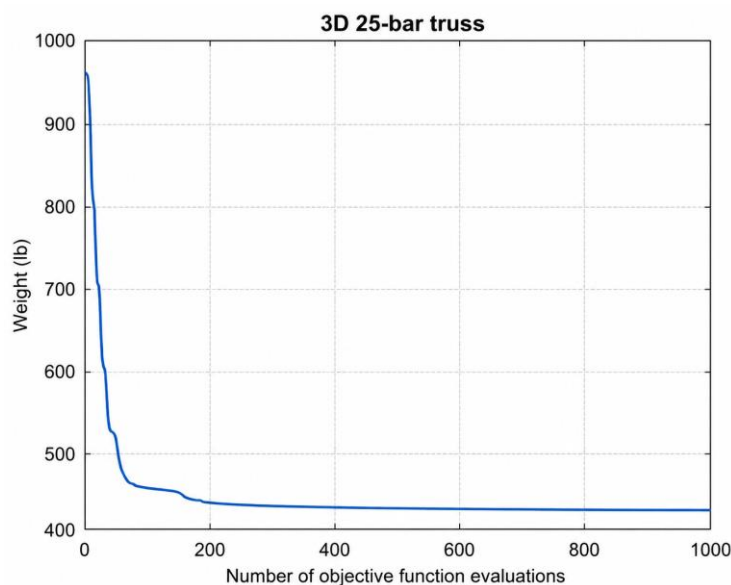
مثال ۳: به عنوان سومین مثال، طراحی سازه‌ی خرپای ۲۵ عضوی فضایی با هدف کمینه‌سازی وزن تحت قیود تنش و تغییر مکان انجام گرفته است. شکل ۸ هندسه و شرایط تکیه‌گاهی را برای این خرپای دوبعدی با بارهای وارده را نشان می‌دهد.

در این خرپا مدول الاستیک مصالح  $10^4 \text{ ksi}$  و چگالی  $0.1 \text{ lb/in}$  دارند. اندازه سطح مقطع اعضای خرپا در محدوده  $A_{\min}=0.1 \text{ in}^2$  تا  $A_{\max}=3.4 \text{ in}^2$ ، حداکثر تنش مجاز در هر عضو خرپا و حداکثر تغییر مکان هر گره به ترتیب برابر  $\pm 41 \text{ ksi}$  و  $0.35 \text{ in}^2$  می‌باشد. اعضای خرپا به ۸ گروه تقسیم‌بندی شده است. خرپای فضایی ۲۵ عضوی یکی از مسائل معیار (benchmark) پرکاربرد در مطالعات بهینه‌سازی سازه‌ها است که برای ارزیابی عملکرد الگوریتم‌های بهینه‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این سازه از ۱۰ گره و ۲۵ عضو تشکیل شده و به صورت یک سیستم سه‌بعدی مدل می‌شود.



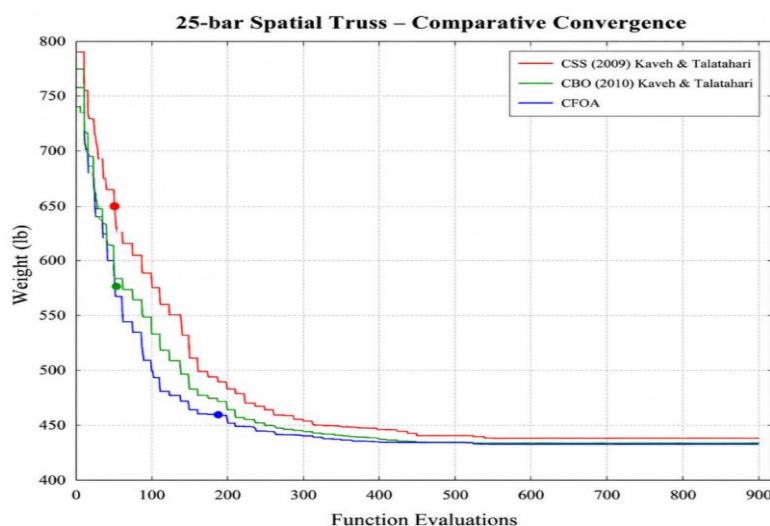
شکل ۸: خرپای فضایی ۲۵ عضوی (Kaveh & Talatahari, ۲۰۰۹)

شکل ۹ روند همگرایی الگوریتم را در فرآیند بهینه‌سازی نشان می‌دهد. مطابق با نتایج، کمینه وزن حاصل برابر با  $۴۳۵,۰۸۵$  پوند است که نسبت به مقادیر مرجع بهبود قابل توجهی نشان می‌دهد. با توجه به تثبیت مقدار تابع هدف در تکرار ۱۸۵، الگوریتم از نرخ همگرایی مناسبی در دستیابی به پاسخ بهینه برخوردار است. این عملکرد موثر نشان‌دهنده توانمندی الگوریتم در جستجوی هوشمندانه و عبور موفق از موانع موجود در فضای طراحی است. همچنین پایداری مسیر همگرایی، گویای دقت بالای مدل در اجتناب از گرفتار شدن در نقاط بهینه محلی و دستیابی سریع به کمینه مطلق است. در نهایت، رسیدن به این وزن بهینه، کارایی روش پیشنهادی را در کاهش هزینه‌ها و وزن سازه به خوبی بیان می‌کند. به علاوه، این روند همگرایی یکنواخت نشان می‌دهد که الگوریتم حتی در مواجهه با قیود پیچیده مهندسی، از عملکرد مناسبی در ارائه نتایج بهینه برخوردار است.



شکل ۹: نمودار همگرایی خرپای ۲۵ عضوی سه بعدی

شکل ۱۰ مقایسه‌ای از عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی صید ماهی با سایر الگوریتم‌های مرجع در حل مسئله بهینه‌سازی وزن خرپای ۲۵ عضوی فضایی است، که در شکل زیر نشان داده شده است. این نمودار روند کاهش وزن خرپا را در طول تکرارهای مختلف هر الگوریتم به تصویر می‌کشد و سرعت رسیدن به پاسخ بهینه را به صورت بصری مشخص می‌کند. مقادیر ارائه شده نشان‌دهنده کاهش وزن نسبت به نتایج مرجع می‌باشند که بیانگر کارایی الگوریتم صید ماهی در بهینه‌سازی این سازه است. این مقایسه علاوه بر نشان دادن برتری نسبی الگوریتم، به درک بهتر کیفیت پاسخ‌ها و نرخ همگرایی کمک می‌کند. همچنین، جدول امکان بررسی جامع‌تری از پیشرفت‌های به دست آمده در زمینه بهینه‌سازی طراحی خرپا را فراهم می‌آورد. به طور کلی، این داده‌ها بیانگر کارایی قابل قبول الگوریتم در رسیدن به راه‌حل‌های بهینه و قابل رقابت در مسائل مهندسی پیچیده است.



شکل ۱۰: مقایسه نمودار همگرایی بهینه‌سازی اندازه خرپای ۲۵ عضوی سه بعدی

جدول ۳ نتایج بهینه‌سازی وزن خرپای بیست و پنج عضوی با استفاده از الگوریتم صید ماهی را همراه با مقایسه آن با نتایج سایر محققان ارائه می‌کند. در این جدول، وزن بهینه ۴۳۵,۰۸۵ پوند به عنوان معیار اصلی عملکرد در نظر گرفته شده است. نتایج نشان

می‌دهد این الگوریتم در مقایسه با مقادیر مرجع، کاهش وزن مطلوبی را حاصل کرده و از کارایی مناسبی در بهینه‌سازی سازه‌های خریایی برخوردار است.

با توجه به این دستاورد، نتایج حاصل از الگوریتم صید ماهی (CFOA) نشان‌دهنده پتانسیل بالای این روش در مواجهه با چالش‌های بهینه‌سازی خطی و فضای جستجوی پیچیده در سازه‌های خریایی است. چرا که دستیابی به وزن ۴۳۵,۰۸۵ پوند نه تنها از منظر کاهش هزینه و صرفه‌جویی در مصالح حائز اهمیت است، بلکه مؤید توانمندی بالای این الگوریتم در همگرایی سریع به سمت پاسخ‌های بهینه سراسری و اجتناب از گیر افتادن در بهینه‌های محلی است. در واقع، برتری این روش در مقایسه با سایر الگوریتم‌های کلاسیک و فراابتکاری نشان می‌دهد که مکانیسم‌های هوشمندانه جستجو در این الگوریتم، توانسته‌اند توازن مطلوبی میان قابلیت اکتشاف و بهره‌برداری برقرار کنند که این امر، CFOA را به ابزاری قابل اعتماد و کارآمد برای مهندسان سازه جهت دستیابی به طرح‌های سبک‌تر، اقتصادی‌تر و در عین حال منطبق بر استانداردهای طراحی مبدل می‌سازد.

جدول ۴۳: مقایسه نتایج طراحی بهینه‌سازی خریای ۲۵ عضوی سه‌بعدی

| Variables<br>(in <sup>2</sup> )  | BB-BC (2005)<br>Camp, C.V | CSS (2009)<br>Kaveh &<br>Talatahari | CBO (2010)<br>Kaveh &<br>Talatahari | GWO<br>(2014)<br>Mirjalili | CFOA           |
|----------------------------------|---------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|----------------------------|----------------|
| A <sub>1</sub>                   | 0.1                       | 0.1                                 | 0.1                                 | 0.1                        | 0.1            |
| A <sub>2</sub> -A <sub>5</sub>   | 1.8                       | 0.3                                 | 0.3                                 | 0.3                        | 0.3            |
| A <sub>6</sub> -A <sub>9</sub>   | 2.3                       | 3.4                                 | 3.4                                 | 3.4                        | 3.4            |
| A <sub>10</sub> -A <sub>11</sub> | 0.2                       | 0.1                                 | 0.1                                 | 0.1                        | 0.1            |
| A <sub>12</sub> -A <sub>13</sub> | 0.1                       | 2.1                                 | 2.1                                 | 2.1                        | 2.1            |
| A <sub>14</sub> -A <sub>17</sub> | 0.8                       | 1                                   | 1                                   | 1                          | 1              |
| A <sub>18</sub> -A <sub>21</sub> | 1.8                       | 30.5                                | 0.5                                 | 0.5                        | 0.5            |
| A <sub>22</sub> -A <sub>25</sub> | 1                         | 1.2                                 | 3.4                                 | 3.4                        | 3.4            |
| Weight (lb)<br>iterations        | 435.372<br>87             | 435.286<br>76                       | 435.151<br>69                       | 435.087<br>64              | 435.085<br>185 |

لازم به ذکر است که ارزیابی آماری دقیق عملکرد الگوریتم فراکاوشی صید ماهی از طریق آزمون‌های ناپارامتریک معتبر (نظیر آزمون ویلکاکسون و فریدمن) و مقایسه آن با الگوریتم‌های مرجع متعدد، به تفصیل در مرجع اصلی این الگوریتم که الگوریتم پایه را معرفی کرده، انجام و اعتبارسنجی شده است. هدف اصلی پژوهش حاضر، بررسی و نشان‌دادن کارایی و دقت این الگوریتم به‌طور خاص در حل مسائل بهینه‌سازی سازه‌های خریایی است. بنابراین تمرکز اصلی بر مقایسه نتایج عددی (وزن نهایی سازه، سرعت همگرایی و میزان نقض قیود) با روش‌های مرجع موجود در ادبیات این حوزه قرار داده شده است. انجام تحلیل آماری گسترده‌تر در این زمینه کاربردی می‌تواند موضوع پژوهش‌های تکمیلی آینده باشد.

## ۵- نتیجه گیری

در این پژوهش، عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی صید ماهی (CFOA) در حل سه مسئله کلاسیک و معیار طراحی بهینه سازه‌های خرپایی مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج عددی به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که این الگوریتم در هر سه مسئله خرپای ۱۰ عضوی دوبعدی، ۱۸ عضوی دوبعدی و ۲۵ عضوی فضایی، توانسته است به وزن‌هایی معادل و حتی سبک‌تر از نتایج مراجع معتبر مربوطه دست یابد. دستیابی به وزن‌های ۵۰۶۰۰۰۸ پوند (برای خرپای ۱۰ عضوی)، ۶۳۳۵۰۲۱ پوند (برای خرپای ۱۸ عضوی) و ۴۳۵۰۰۸۵ پوند (برای خرپای ۲۵ عضوی)، مؤید توانمندی این الگوریتم در همگرایی به سمت مقادیر بهینه سراسری در حل مسایل بهینه‌سازی سازه‌های خرپایی است. تحلیل عملکرد الگوریتم در مقایسه با داده‌های مرجع، نشان‌دهنده کارایی قابل قبول آن است. به‌طوری که در خرپای ۱۸ عضوی، بهبود قابل توجه ۱۳۵ درصدی نسبت به بهترین مرجع مشاهده شد که بیشترین بازدهی الگوریتم را در این میان به تصویر می‌کشد. در دو مسئله دیگر (۱۰ و ۲۵ عضوی)، بهبودها هرچند از نظر عددی بسیار جزئی و در مقیاس کمتر از ۰٫۰۰۰۵ درصد بوده‌اند، اما از نظر علمی اهمیت بالایی دارند، زیرا نشان می‌دهند که CFOA توانسته است عملکرد مناسبی از خود نشان دهد. در مجموع، نتایج حاصل از این مطالعه قابلیت رقابت الگوریتم CFOA را در حوزه بهینه‌سازی سازه‌های خرپایی اثبات می‌کند. این الگوریتم توانسته است ضمن عبور از چالش‌های مرسوم گیر افتادن در بهینه‌های محلی، طرح‌هایی اقتصادی‌تر و سبک‌تر ارائه دهد. پایداری و ثبات عملکرد این روش در مسائل مختلف، آن را به ابزاری قابل اعتماد و کارآمد برای کاربردهای مهندسی تبدیل کرده و مسیر را برای توسعه و ادامه بررسی بیشتر عملکرد این الگوریتم در بهینه‌سازی انواع سیستم‌های سازه‌ای مختلف می‌تواند راه را برای استفاده از آن در مسائل بزرگ‌مقیاس و پیچیده‌تر سازه‌ای هموار سازد.

## مراجع

- Alatas, B. (2005). Big Bang–Big Crunch algorithm for engineering optimization. *Journal of Engineering Optimization*, 37(4), 409–428.
- Anton, H., Bivens, I., & Davis, S. (2016). *Calculus: Early transcendentals* (11th ed.). Wiley.
- Arora, J. S. (2017). *Introduction to optimum design* (4th ed.). Academic Press.
- Bazaraa, M. S., Sherali, H. D., & Shetty, C. M. (2006). *Nonlinear programming: Theory and algorithms* (3rd ed.). Wiley.
- Bertsekas, D. P. (2005). *Dynamic programming and optimal control* (3rd ed., Vols. 1–2). Athena Scientific.
- Chen, W. F., & Lui, E. M. (2005). *Structural stability: Theory and implementation*. Elsevier.
- Clerc, M. (2006). *Particle swarm optimization*. ISTE Ltd.
- Deb, K. (2001). *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*. John Wiley & Sons.
- El-Malky, M. F., El-Raouf, O. M. A., & Al-Qurashi, M. (2024). Meta-heuristic algorithms for solving global and engineering optimization problems: A comprehensive review. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 31, 3125–3160. <https://doi.org/10.1007/s11831-024-10168-6>
- Erbatur, F., Hasançebi, O., & Bekiroglu, S. (2000). Optimal design of planar and space structures with genetic algorithms. *Computers & Structures*, 75(2), 209–224.
- Geem, Z. W., Kim, J. H., & Loganathan, G. V. (2001). A new heuristic optimization algorithm: Harmony search. *Simulation*, 76(2), 60–68.
- Goldberg, D. E. (1989). *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Addison-Wesley.
- Hibbeler, R. C. (2017). *Structural analysis* (10th ed.). Pearson.
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2015). *Introduction to operations research* (10th ed.). McGraw-Hill Education.
- Imai, H., & Schmit, L. A. (1970). An approximate method for the design of truss structures with constraints. *AIAA Journal*, 8(7), 1252–1257.

- Jia, H., Wen, Q., Wang, Y., & Mirjalili, S. (2024). Catch fish optimization algorithm: A new human behavior algorithm for solving clustering problems. *Cluster Computing*. <https://doi.org/10.1007/s10586-024-04618-w>
- Jia, H., Wen, Q., Wang, Y., & Mirjalili, S. (2024). Catch fish optimization algorithm: a new human behavior algorithm for solving clustering problems. *Cluster Computing*, 27, 13295–13332.
- Karaboga, D. (2005). An idea based on honey bee swarm for numerical optimization (Technical Report TR06). Erciyes University, Engineering Faculty.
- Kaveh, A., & Ghazaan, M. Ilchi. (2014). Enhanced colliding bodies optimization for design problems with continuous and discrete variables. *Advances in Engineering Software*, 77, 66–75.
- Kaveh, A., & Mahdavi, V. R. (2014). Colliding bodies optimization: a novel meta-heuristic method. *Computers & Structures*, 139, 18–27.
- Kaveh, A., & Talatahari, S. (2009). Particle swarm optimizer, ant colony strategy and harmony search scheme hybridized for optimization of truss structures. *Computers & Structures*, 87(5–6), 267–283.
- Khodadadi, N., Özyüksel Çiftçioğlu, A., Mirjalili, S., & Nanni, A. (2023). A comparison performance analysis of eight meta-heuristic algorithms for optimal design of truss structures with static constraints. *Decision Analytics Journal*, 8, 100266. <https://doi.org/10.1016/j.dajour.2023.100266>.
- Krishnamoorthy, C. S., & Muvvala, S. (1996). Finite element analysis optimization using genetic algorithms. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 10(2), 115–122.
- Lee, K. S., & Geem, Z. W. (2004). A new structural optimization method based on the harmony search algorithm. *Computers & Structures*, 82(9–10), 781–798.
- Mehrabian, A. R., & Lucas, C. (2006). A novel numerical optimization algorithm inspired from weed colonization. *Ecological Informatics*, 1(4), 355–366.
- Mirjalili, S., Mirjalili, S. M., & Lewis, A. (2014). Grey wolf optimizer. *Advances in Engineering Software*, 69, 46–61.
- Nemhauser, G. L., & Wolsey, G. A. (1999). *Integer and combinatorial optimization*. Wiley.
- Nocedal, J., & Wright, S. J. (2006). *Numerical optimization* (2nd ed.). Springer.
- Perez, R. E., & Behdinan, K. (2007). Particle swarm method for structural design. *Computers & Structures*, 85(1-2), 1–16.
- Pham, D. T., Ghanbarzadeh, A., Koç, E., Otri, S., Rahim, S., & Zaidi, M. (2005). The bees algorithm—A novel tool for complex optimisation problems. *Proceedings of the 2nd IPROMS Conference*.
- Rajeev, S., & Krishnamoorthy, C. S. (1992). Genetic algorithms-based methodologies for design optimization of trusses. *Journal of Structural Engineering*, 118(12), 3574–3595.
- Rao, R. V., & Sivasani, V. J. (2012). Optimal design of planar steel frames using artificial bee colony algorithm. *International Journal of Optimization in Civil Engineering*, 2(4), 453–467.
- Rao, R. V., Sivasani, V. J., & Vakharia, D. P. (2011). Teaching-learning-based optimization: A novel method for constrained mechanical design optimization problems. *Computer-Aided Design*, 43(3), 303–315.
- Rao, S. S. (2019). *Engineering optimization: Theory and practice* (5th ed.). John Wiley & Sons.
- Saka, M. P. (1990). Optimum design of pin jointed steel structures with practical applications. *International Journal of Space Structures*, 5(3–4), 259–275.
- Thomas, G. B., Weir, M. D., Hass, J., & Giordano, F. R. (2018). *Thomas' calculus* (14th ed.). Pearson.
- Yang, X. S. (2014). *Nature-inspired optimization algorithms*. Elsevier.
- Zhang, Y., Wang, X., & Liu, H. (2023). A random update particle swarm optimizer for constrained structural optimization. *Expert Systems with Applications*, 213, 119023. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.119023>.